

# Ondes dans un plasma froid magnétisé

# Méthode

## Équations fluides électroniques

Écriture des équations de la dynamique

linéarisation

Perturbations monochromatiques

Calcul de  $\mathbf{v}(\mathbf{E})$

Calcul de  $\boldsymbol{\sigma}$

Report dans l'équation de propagation

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}$$

$$\left[ \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left( \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} - \mathbf{I} \right) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) \right] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = 0$$

# Tenseur diélectrique

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -i\varepsilon_2 & 0 \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

## Électrons seuls

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

# Méthode

Écriture des équations de la dynamique

linéarisation

Perturbations monochromatiques

Calcul de  $\mathbf{v}(\mathbf{E})$

Calcul de  $\boldsymbol{\sigma}$

Report dans l'équation de propagation

**Équations fluides  
électroniques et ioniques**

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\sigma}_e \cdot \mathbf{E} + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{E}$$

$$\left[ \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left( \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{k^2} - \mathbf{I} \right) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{k}, \omega) \right] \cdot \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = 0$$

# Tenseur diélectrique

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & -i\varepsilon_2 & 0 \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

## Électrons seuls

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

## Électrons et ions ensemble

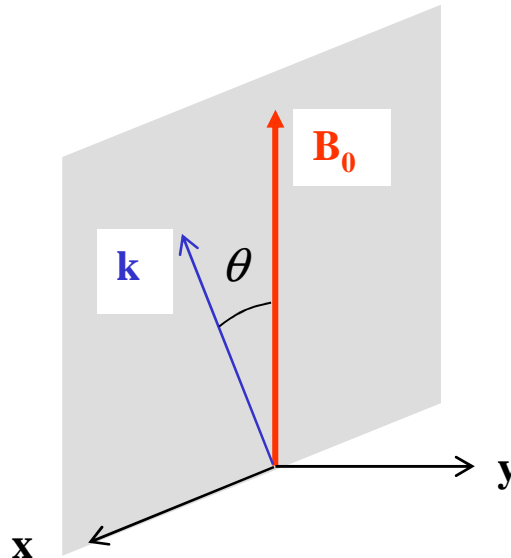
$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{ci}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

## Relation de dispersion dans le cas général

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_1 - n^2 \cos^2 \theta & -i\varepsilon_2 & n^2 \cos \theta \sin \theta \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 - n^2 & 0 \\ n^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & \varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0$$

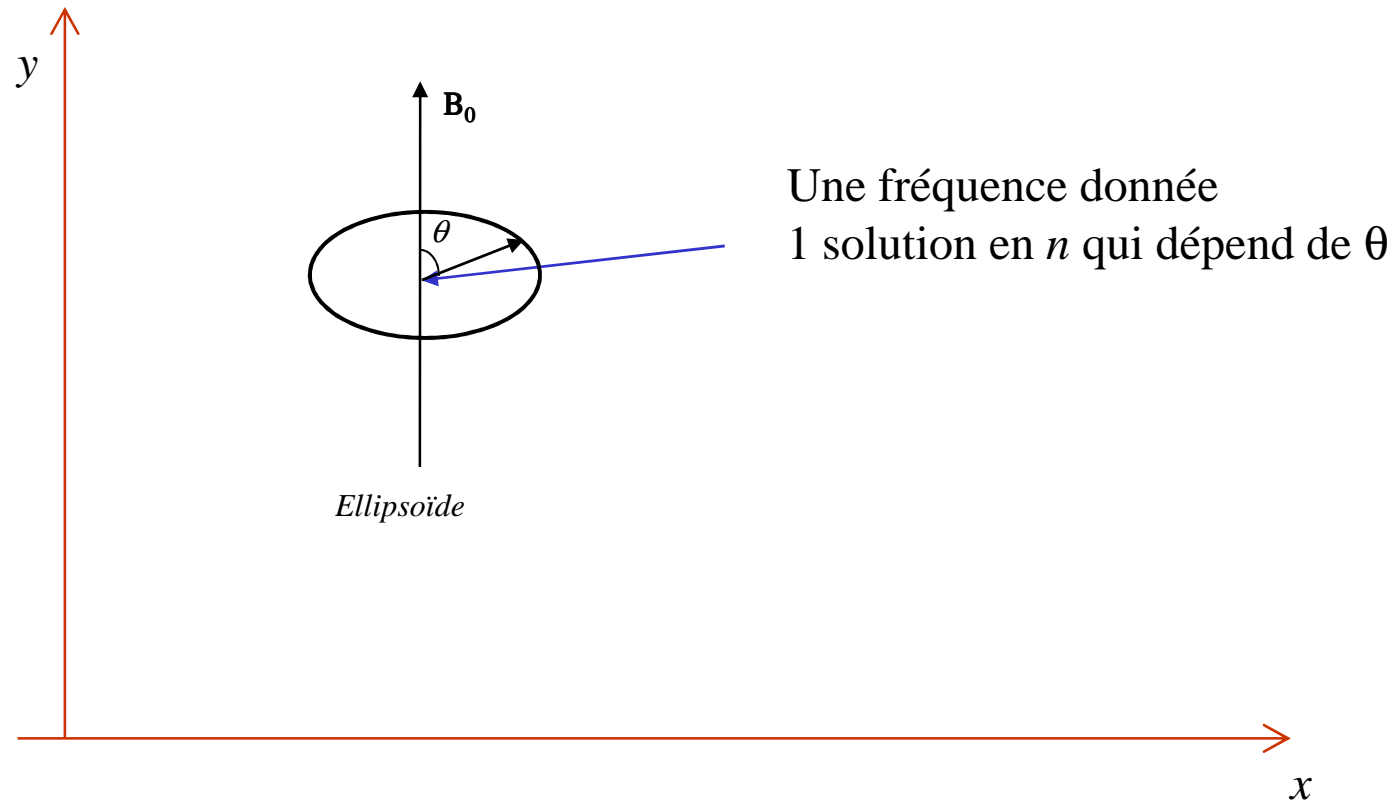


# Equation d'Appleton-Hartree pour les ondes de haute fréquence

$$n^2 = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y^2 \sin^2 \theta \pm \sqrt{Y^4 \sin^4 \theta + 4(1-X)^2 Y^2 \cos^2 \theta}}$$

$$X = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad Y = \frac{\omega_{ce}}{\omega}$$

## Principe du diagramme CMA

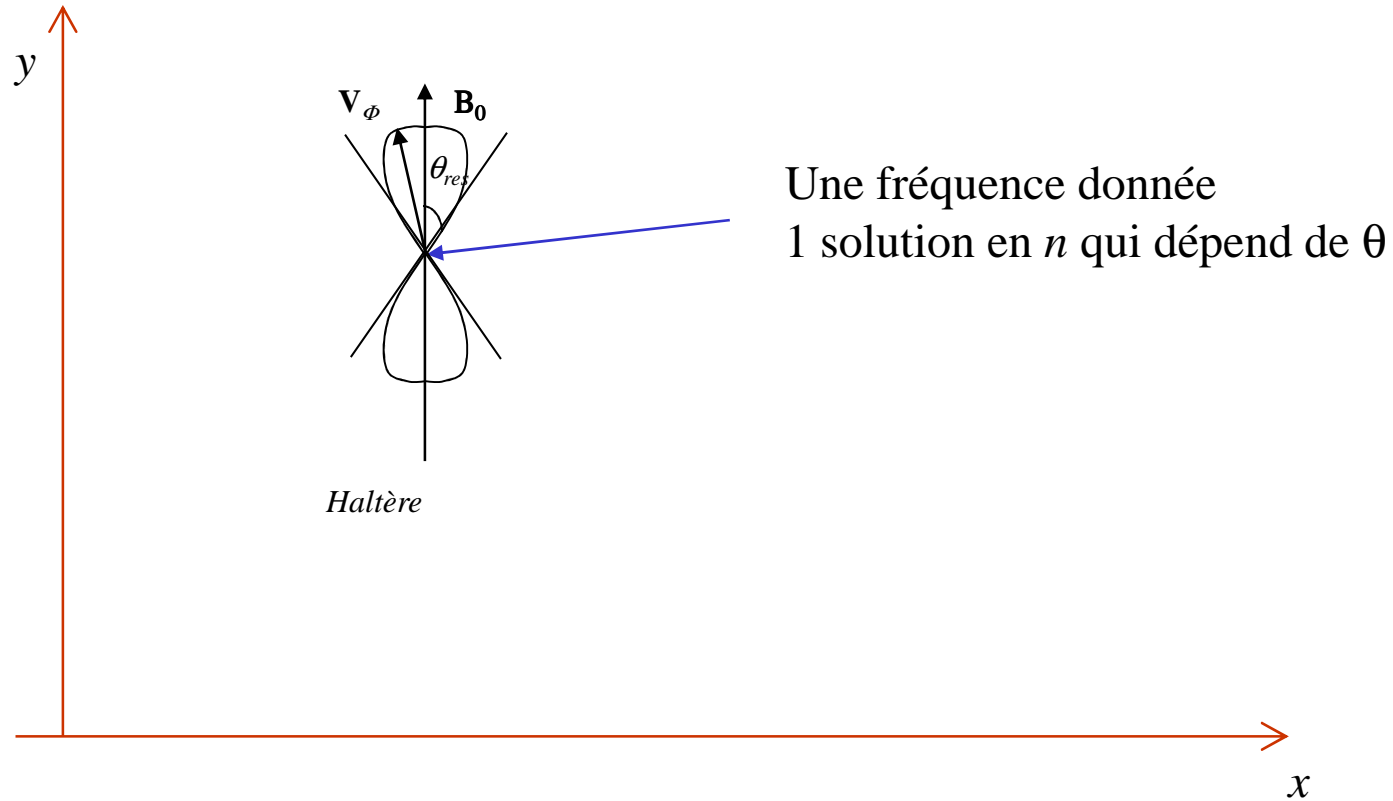


$$x = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

$$y = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}$$



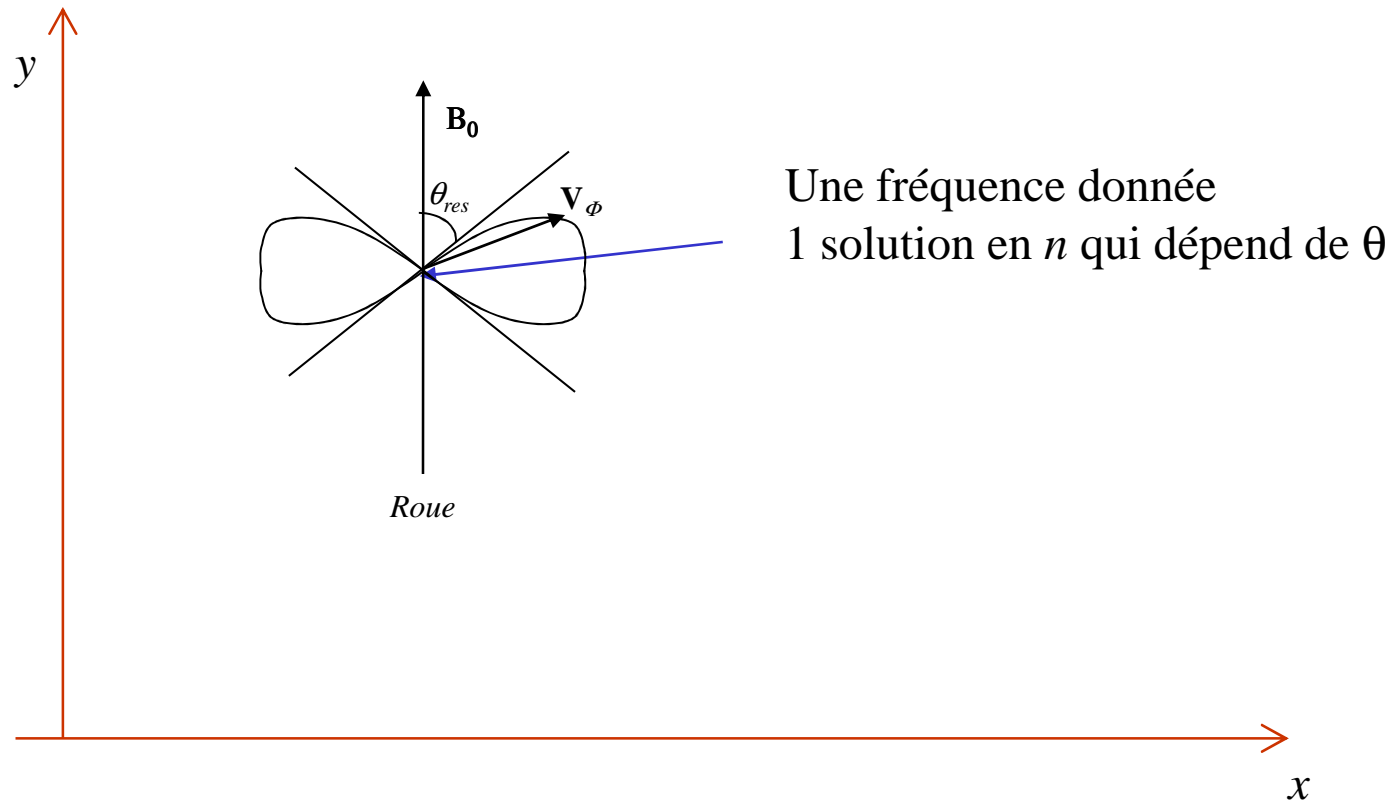
## Principe du diagramme CMA



$$x = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

$$y = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}$$

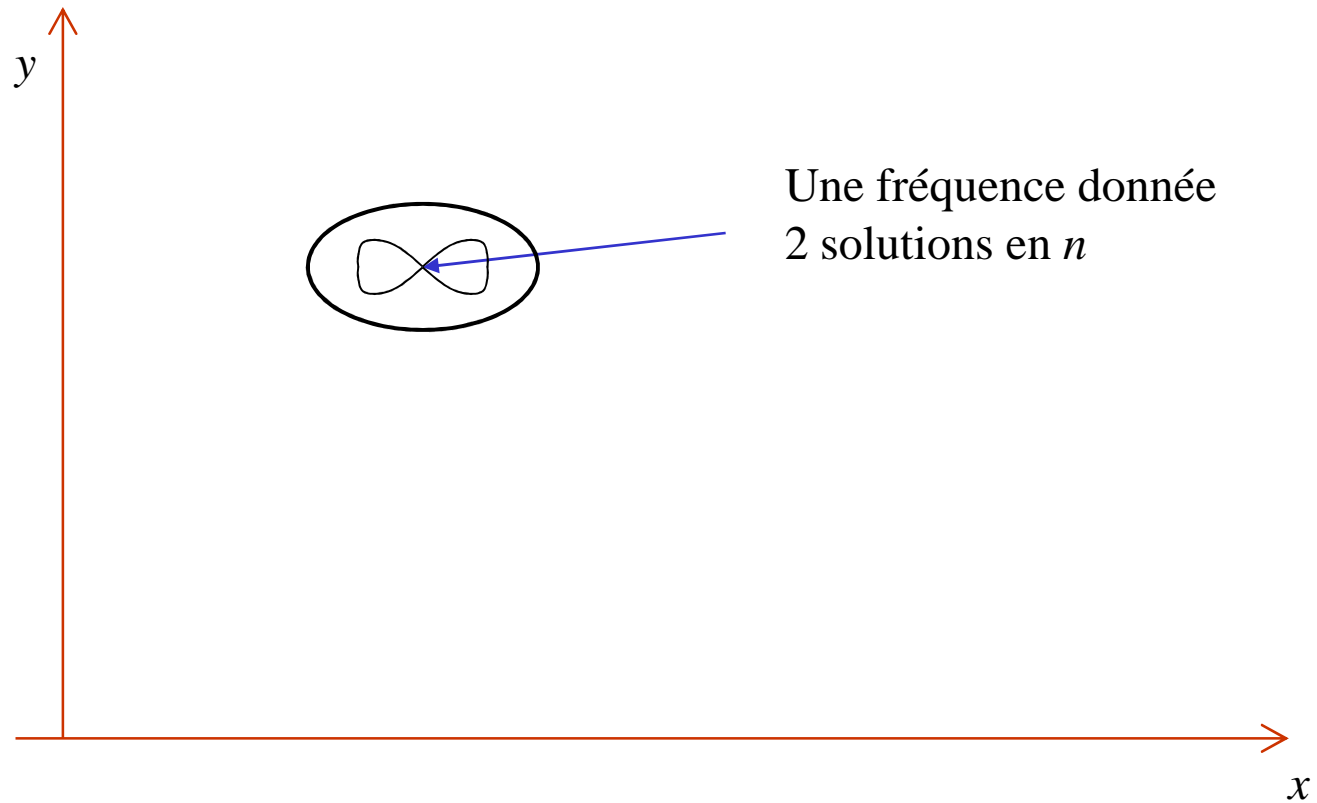
## Principe du diagramme CMA



$$x = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

$$y = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}$$

## Principe du diagramme CMA

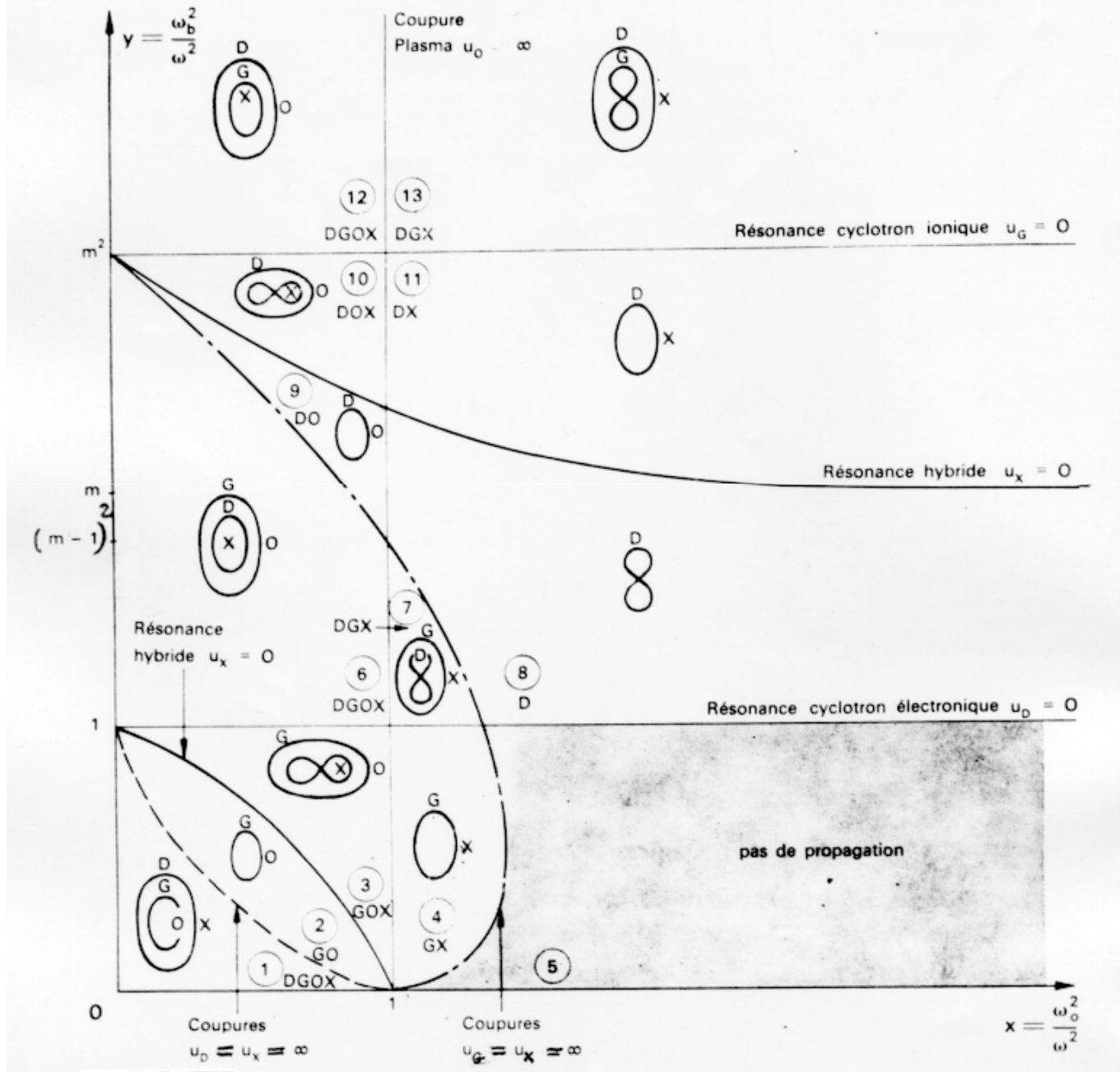


$$x = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$$

$$y = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega^2}$$

# Diagramme CMA

$$m = m_i / m_e$$



Quémada, 1968

## Relation de dispersion dans le cas général

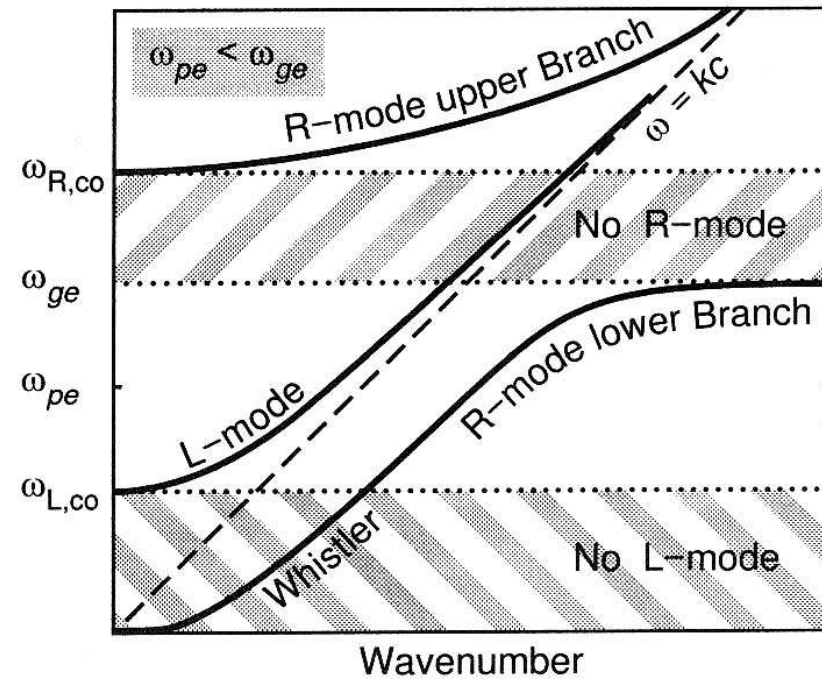
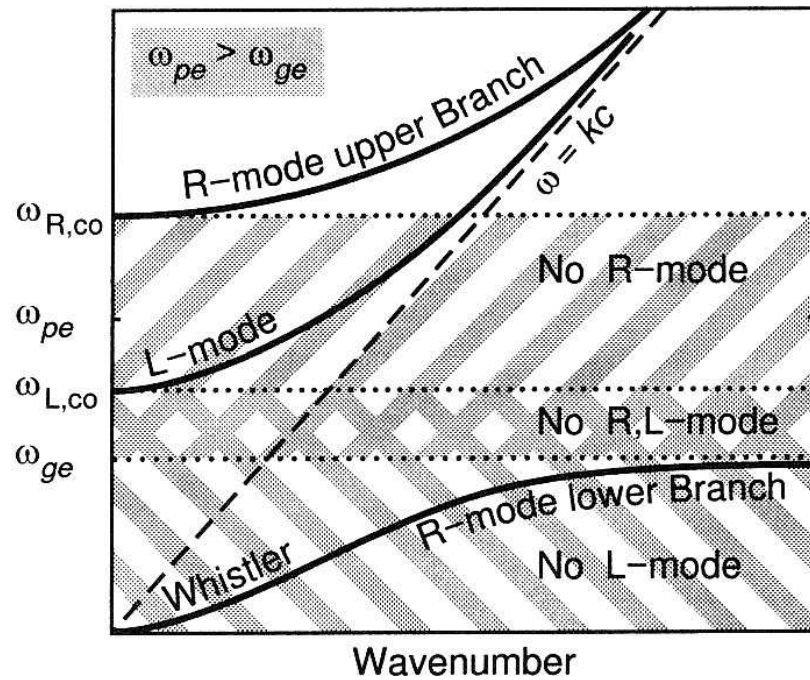
$$\begin{vmatrix} \varepsilon_1 - n^2 \cos^2 \theta & -i\varepsilon_2 & n^2 \cos \theta \sin \theta \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 - n^2 & 0 \\ n^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & \varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0$$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{ci}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

## Modes Droit et Gauche en haute fréquence



Baumjohann et Treumann, 1996

## Relation de dispersion dans le cas général

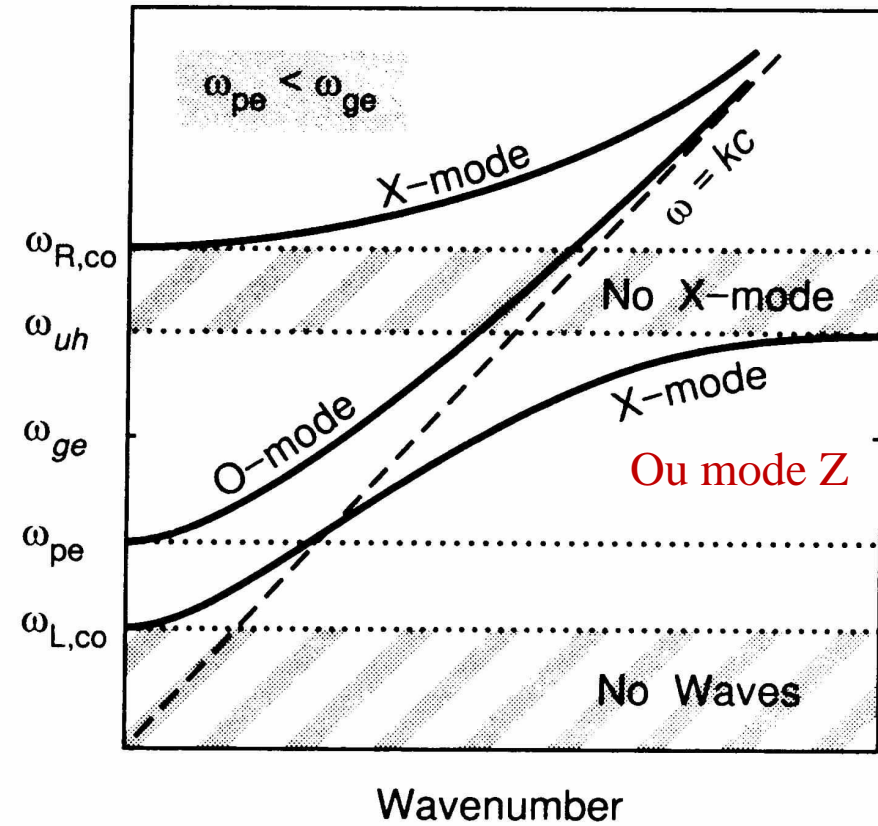
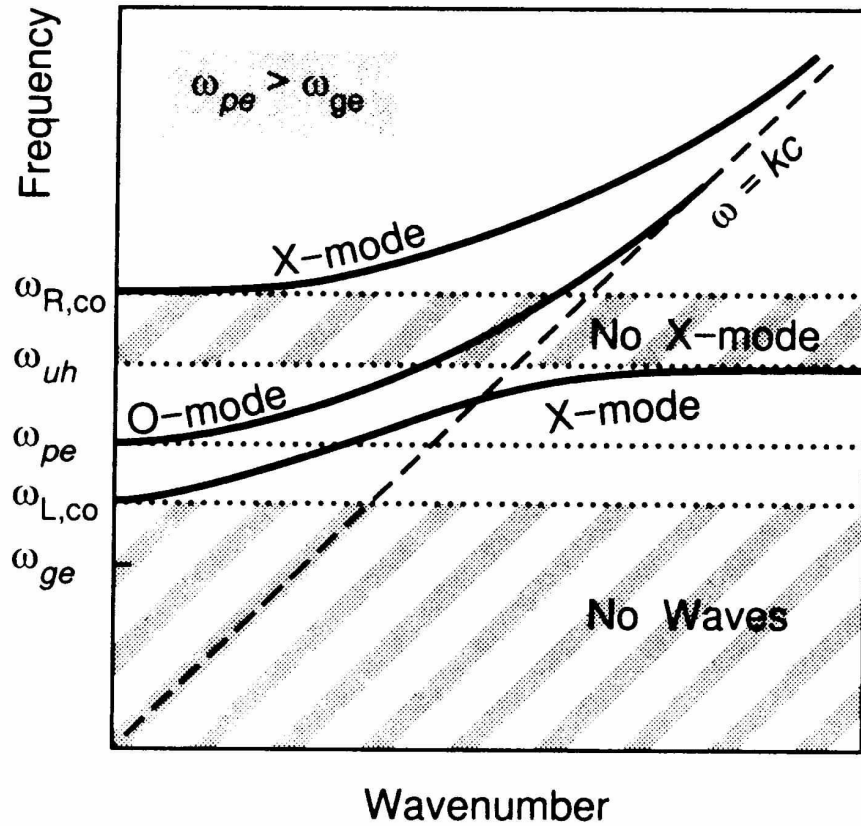
$$\begin{vmatrix} \varepsilon_1 - n^2 \cos^2 \theta & -i\varepsilon_2 & n^2 \cos \theta \sin \theta \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 - n^2 & 0 \\ n^2 \cos \theta \sin \theta & 0 & \varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0$$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}$$

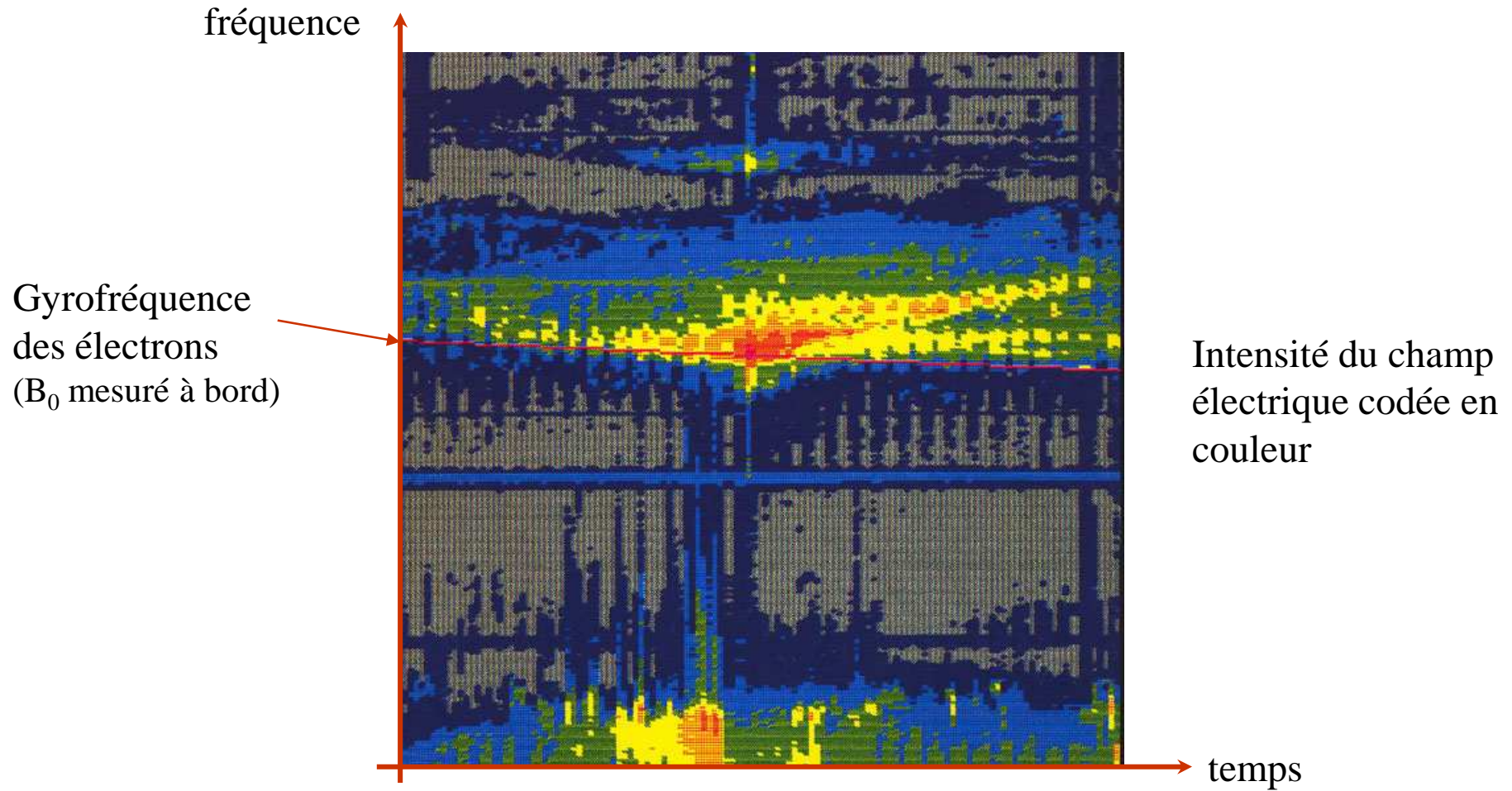
$$\varepsilon_2 = -\frac{\omega_{ce}}{\omega} \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{ci}}{\omega} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}$$

# Modes O et X en haute fréquence





# Rayonnement Kilométrique Auroral observé par le satellite Viking (1986)



# Interprétation

Forme en V

→ traversée de la source  
et propagation transverse

Propagation haute fréquence

→ Mode X ou O

Emission au-dessus de  $f_{ce} > f_{pe}$

→ Mode X

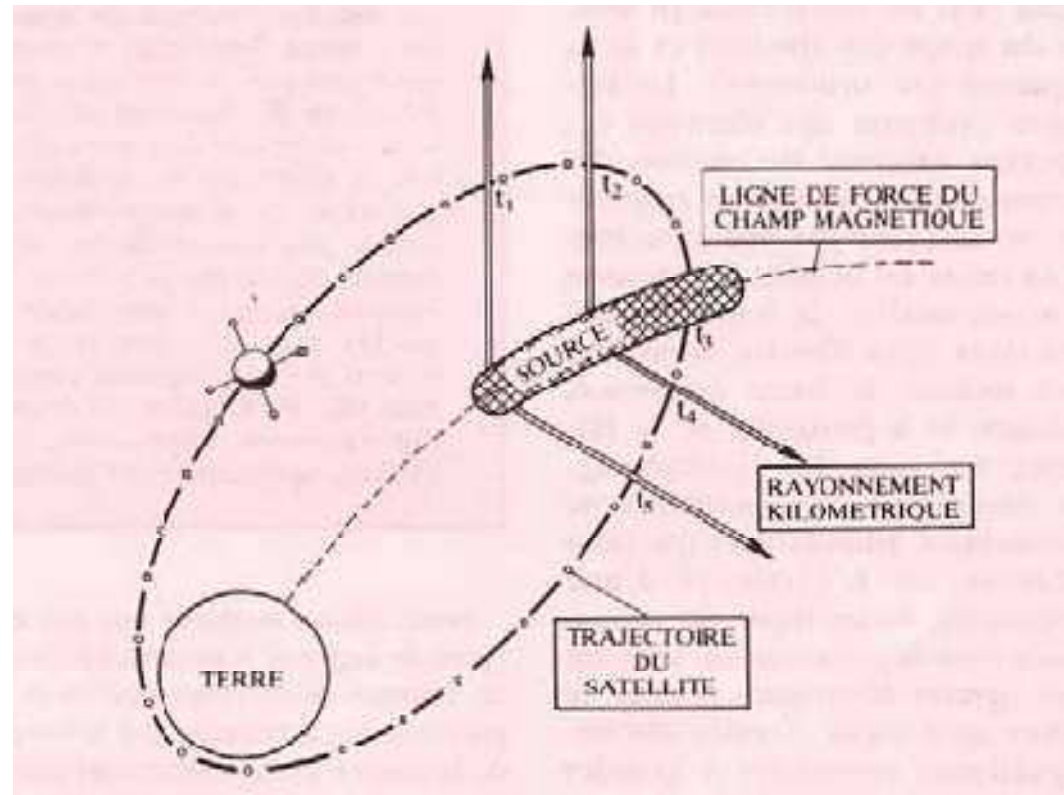


Figure Images de la Physique, 1988

## Vérification

Coupure du mode X :

$$\omega_D = \frac{\omega_{ce} + \sqrt{\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2}}{2}$$

Ordres de grandeur :  $f_{ce} = 170 \text{ kHz}$ ,  $f_{pe} = 30 \text{ kHz} \Rightarrow f_{pe} \ll f_{ce}$

$$f_X \approx f_{ce} + f_{pe}^2 / f_{ce} \approx 175 \text{ kHz}$$

Donc, à la précision de l'instrument, l'observation juste au-dessus de  $f_{ce}$  est cohérente avec un mode X

Longueur d'onde :  $\lambda \approx c/f \approx 300.10^6 / 300.10^3 \approx km$

Rayonnement de Jupiter : 20 MHz    Rayonnement Décamétrique