

## 9. ANNEXES

9.1. Information sur le statut dans les WFL1 et VTL1 .....	143
9.1.1 Information générales .....	143
9.1.2 Signification des caractères du statut .....	143
9.1.3 Quelques mots sur l'indice de compression .....	145
9.2. Calcul du "spin phase" dans les WFL1 et les VTL1 .....	146
9.2.1 Définition .....	146
9.2.2 Méthode de calcul .....	146
9.2.3 Les fichiers SPINPHASE .....	148
9.2.4 Les fichiers des Sun Pulses interpolés : .....	148
9.3. Définition des systèmes de coordonnées utilisés .....	149
9.3.1 The Sensor Coordinate System (SCS) .....	149
9.3.2 The Orthogonal Sensor System (OSS) .....	149
9.3.3 The Data Sensor System (DSS) .....	150
9.3.4 The Body Build System (BBS) .....	150
9.3.5 The Spin Reference System (SRS) .....	150
9.3.6 The spin reference2 system (SR2) .....	151
9.3.7 The Inverse SR2 system (ISR2) .....	152
9.3.8 Simplification of the cumulative matrix products .....	152
9.3.9 The Geocentric Equatorial Inertial system (GEI) .....	153
9.3.10 The Geocentric Solar Ecliptic system (GSE) .....	153
9.3.11 Geocentric Solar Magnetospheric system (GSM) .....	154
9.3.12 Magnetic Field Aligned system (MFA) .....	154
9.4. Estimation du champ continu dans le plan de spin .....	155
9.4.1 Problématique .....	155
9.4.2 Amplitude et phase de $B^\pm$ en repère tournant SR .....	155
9.4.3 Tests sur $B^\pm x$ et $B^\pm y$ .....	156
9.4.4 Amplitude et phase de $B^\pm$ en repère fixe SR2 .....	156
9.5. Estimation du "misalignment angle" .....	157
9.5.1 Définitions .....	157
9.5.2 Signal delivered by a rotating antenna into a DC field .....	158
9.5.3 Estimate of the misalignment angle $\theta_z$ for low value .....	158
9.5.4 Estimate of the misalignment angle $\theta_z$ for high value .....	158
9.6. Calcul de la matrice de correction du dépointage .....	161
9.6.1 Passage de coordonnées non orthogonales à un système orthogonal .....	161
9.6.2 Matrice de correction du dépointage .....	163
9.7. Petits rappels sur la transformée de Fourier .....	167
9.7.1 La transformée de Fourier au sens mathématique .....	167
9.7.2 La transformée de Fourier discrète .....	167
9.7.3 La « Fast Fourier Transform » .....	168
9.8. Utilité des composantes circulaires en polarisation .....	171
9.8.1 Définition .....	171
9.8.2 Passages en composantes circulaires Gauche et Droite .....	171
9.9. Exemples de fichiers RFF .....	173
9.9.1 Exemple de WFL1.rff .....	173
9.9.2 Exemple de VTL1.rff .....	176
9.9.3 Exemple de VTL2.rff .....	179
9.9.4 Exemple de SPL2.rff .....	182

9.10. Exemple de visualisations .....	185
9.10.1 Résultat de RCL_visu_spectro à partir des VTL2 .....	185
9.10.2 Résultat de RCL_visu_spectro à partir des VTL1 .....	186
9.10.3 Résultat de RCL_visu_spectro_4Bz_3h .....	187
9.10.4 Résultat de RCL_visu_ave_spectrum à partir des VTL1 .....	188
9.10.5 Résultat de RCL_visu_vectime sur les VTL1 .....	189
9.10.6 Résultat de RCL_visu_vectime sur les VTL2 en ISR2 .....	190
9.10.7 Résultat de RCL_visu_vectime sur les VTL2 en GSE .....	191
9.10.8 Résultat de RCL_visu_polar sur des VTL2 en GSE .....	192
9.10.9 Résultat de RCL_visu_CLUPOS / 3 heures .....	197
9.10.10 Résultat de RCL_visu_CLUPOS / orbite complète .....	199
9.10.11 Résultat de RCL_visu_CLUGIOM .....	201
9.11. Résumé des commandes RCL .....	203
9.11.1 Liste fonctionnelle des commandes RCL .....	203
9.11.2 Liste alphabétique des commandes avec arguments .....	206
9.12. Quelques mots sur les ROPROC .....	209
9.12.1 Historique des Roproc et lien avec les RCL .....	209
9.12.2 Introduction aux Roproc .....	210
9.12.3 Liste thématique des Roproc .....	211
9.12.4 Examples of arguments of Roproc commands .....	217

## 9.1. INFORMATION SUR LE STATUT DANS LES WFL1 ET VTL1

### 9.1.1 Information générales

Dans les WFL1, le statut donnant des informations sur l'expérience se présente sous la forme ci-dessous (voir aussi Table 2 dans §1.4 et § 8.2.1).

```
2001-09-23T00:00:00.904328Z 000000000001 17.35
34047 33190 32795 0
34078 33107 32796 0
```

Il est donné en même temps que la datation de chaque bloc. Dans les VTL1, il est dupliqué lors de l'interpolation utilisée pour dater chaque vecteur (voir § 2.5.2)

```
2001-09-23T00:00:00.904328Z,00000000000110, 17.35,34047,33190,32795
2001-09-23T00:00:00.944327Z,00000000000100, 20.93,34078,33107,32796
2001-09-23T00:00:00.984326Z,00000000000100, 24.51,34098,33028,32796
```

On peut voir que dans le passage WFL1 vers VTL1 le statut a gagné deux caractères.

- Le premier caractère rajouté dans le VTL1 indique si le vecteur a été daté par un block maître dans le WFL1 (**1**) ou si la date a été calculée par interpolation entre le temps de deux blocs des WFL1 (**0**). De même, ce caractère indique si le « spin phase » est une valeur initiale du block correspondant au WFL1, ou si cette valeur a été interpolée entre deux blocs.
- Le deuxième caractère rajouté au statut est simplement le statut de compression, qui était donné après les 3 valeurs ix, iy et iz du WFL1, et qui a été intégré au statut général pour les VTL1.

### 9.1.2 Signification des caractères du statut

L'ensemble de ce paragraphe est extrait du « STAFF User Guide [7, Cornilleau, 2011]. Il est rappelé ici pour plus de commodité.

Le statut des VTL1 est constitué de 12 caractères de celui des WFL1, auxquels on a rajouté le bit d'interpolation et l'indicateur de compression. Les caractères correspondants se reportent aux entités selon la Table 64 ci-dessous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Step in cal	EFW Y	EFW Z	Mode SA	Mode SC	Despin SA	WHISPER	Calibration	EFW sweep	Compression	Phase	TCOR	Time Quality	Compression Quality

Table 64 : STAFF status word

La signification de chaque caractère est donnée dans la Table 65 ci-dessous.

N	Min-max	Meanings		
<b>1</b> Step in cal	0-n	0: science mode		
		<b>Step</b>	<b>Mode</b>	<b>Attenuation (dB)</b>
		1	CAL4	0
		2	CAL4	0
		3	CAL4	0
		4	CAL4	0
		5	CAL4	-13
		6	CAL4	-26
		7	CAL4	-39
		8	CAL4	-52
		9	CAL4	-65
		a	CAL4	-78
		b	CAL4	Gnd
		c	CAL3	0
		d	CAL3	-26
		e	CAL1	0
		f	CAL2	0
		g	CAL1	-26
		h	CAL2	-26
		i	CAL1	-52
j	CAL2	-52		
k	CAL2	Gnd		
l	CAL OFF redundant			
m	CAL2	-26		
n	CAL Off/On satellite			
o: after calibration, till reset or new calibration				
<b>2</b> EFW Y boom pair	0-1	0: density mode off 1: density mode on		
<b>3</b> EFW Z boom pair	0-1	0: density mode off 1: density mode on		
<b>4</b> Mode STAFF-SA	0-f	<b>Value</b>	<b>Mode</b>	
		0	NM1	
		1	NM2e	
		2	NM2b	
		3	Illegal	
		4	Emergency	
		5	Special	
		6	NM1'e	
		7	NM1'b	
		8	FM1	
		9	FM3e	
		a	FM3b	
		b	Illegal	
		c	FM2	
d	Illegal			
e	Illegal			
f	Passive			

N	Min-max	Meanings
<b>5</b> Mode STAFF-SC	0-1	0 : SC bandwidth 10 Hz 1 : SC bandwidth 180 Hz
<b>6</b> STAFF-SA on-board despin	0-1	0 : despin on 1 : despin off
<b>7</b> WHISPER transmitter	0-1	0: off 1: active
<b>8</b> Calibration	0-1	0: off 1: active
<b>9</b> EFW sweep progress	0-2	0: no scanning 1: scanning 2: non synchronised block
<b>10</b> Compression Mode	0-2	0: nominal 1: backup 2: no compression
<b>11</b> Phase	0-N	0:Phase calculation OK Right Sun Pulse 1:Phase calculation OK Sun Pulse interpolated 3: Phase calculation OK Sun Pulse suspect 4: Phase calculation OK no Phi_SC SATT 5: Phase calculation OK no Phi_SC SATT + Sun Pulse interpolated 6: Phase calculation OK no Phi_SC SATT + Sun Pulse suspect N:Phase=-500 No Sun Pulse N_Phase=-500 No reference phase in SATT
<b>12</b> Tcor	0-1	0 : No (No Tcor correction available) 1 : Yes (Tcor corrected)
<b>13</b> Time Quality	0-1	0: interpolated time 1: block time
<b>14</b> Compression Quality	0-7	0 = no compression error 1 – 7 = error on 1 to 3 components in instrument frame error in BX error in By error in Bx an in By error in Bz error in Bx an Bz Error in By and Bz Error in the 3 components

Table 65 : Signification de chacun des 14 caractères du statut des VTL1 ou des DWF

### 9.1.3 Quelques mots sur l'indice de compression

Ce paragraphe a été extrait de l'User Guide [7, Cornilleau 2011] en anglais, et non retraduit ici.

Wave form data are sample into 16 bits for the first record of each block, but for other records only the difference is kept, coded in 12bits. If the difference between two records is too big, we may encounter compression errors. Fortunately we know on which bit the error occurs, which allows us to maximise it.

Three compression modes are available (see Status word character #10), and may lead to one or another bit to be wrong. The maximum error is then known, see the following Table 66 (where Delta is the difference between the current record and the previous one):

	Delta (16 bits)	Maximum Compression Error (TM counts)	Maximum Error (mV)
No Compression	0-65535	0	0
Normal Compression	0-2015	0	0
	2016-65535	1024	150
Backup compression	0-511	0	0
	512-1535	1	0.15
	1536-3587	2	0.3
	3588-7447	4	0.6
	7448-65535	1024	150

**Table 66 :** Erreur maximum du à la compression

The normal and backup compression are used respectively when we expect to measure “low” and “high” amplitude signals including large spin signals.

Details of the compression error are given in the DWF data sets (one word per component).

In CWF a compression quality is given (see status word, character # 14) in the status word. This compression quality is calculated the following way:

$$Q = 4*Bx\_error + 2*By\_error + 1*Bz\_error$$

With Bx, By and Bz being the components in the STAFF Search coil reference frame and the error set to 0 no error, 1 an error.

## 9.2. CALCUL DU "SPIN PHASE" DANS LES WFL1 ET LES VTL1

Une partie de ce chapitre est issu d'un document trouvé sans date ni auteur. Il a été remis en forme et vérifié ici, notamment à partir des informations disponibles dans le Data Delivery Interface Document (DDID [17, ESA/ESOC 2000]).

### 9.2.1 Définition

La connaissance du « spin phase » est essentielle pour passer du repère tournant des antennes à un repère fixe, ou à n'importe quel autre repère. C'est un angle variant rapidement (à la vitesse de rotation du satellite) et il est présent dans les fichiers de télémétrie WFL1 pour chaque bloc daté, puis interpolés et mis dans chaque vecteur des fichiers VTL1.

C'est le « Sun pulse » qui est utilisé pour définir la direction du Soleil dans le repère tournant du satellite appelé SR (Spin Reference). L'axe Z du SR est aligné avec moment d'inertie principal, et est proche de l'axe X du « Body Build system ». Voir aussi le § 8.6.4 pour la définition du SR2.

Le « spin phase » est ainsi défini dans le DDID (DDID – CL-ESC-ID-2001 – Appendix I, page 134) comme l'angle de rotation du demi-plan défini par les axes +ZSR et +XSR du système de référence SR depuis le moment où la direction du soleil était contenue dans ce plan (voir Figure 16).

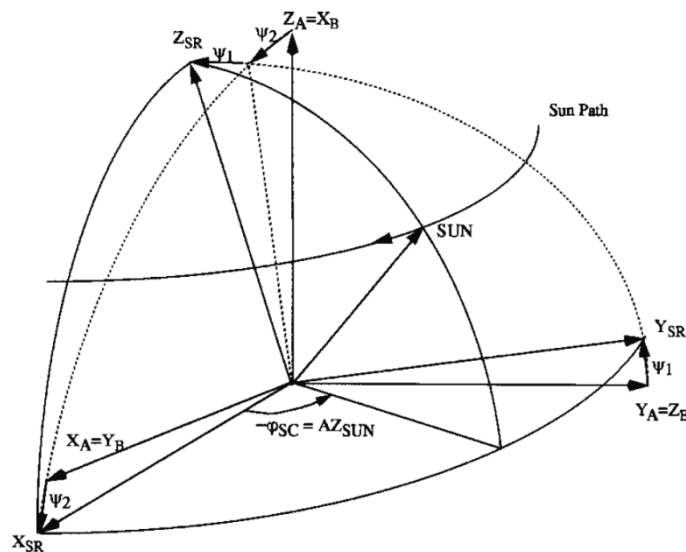


Figure 16 : Définition du « spin phase » dans le repère SR2 (extraite du DDID)

### 9.2.2 Méthode de calcul

Pour calculer ce spin phase, on utilise les Sun Reference Pulse qui sont générées à bord du satellite et qui indiquent le moment où la direction du soleil est comprise dans le demi-plan précédemment défini (Meridian Sun Events). Ces événements sont répertoriés dans le fichier HKsat.

On donc :

$$\Phi_t = 2\pi \cdot f_s (t - t_0) = 2\pi \cdot f_s t + \Phi_0$$

Pour calculer la fréquence de spin il suffit de 2 Sun Events consécutifs, puisque entre ces 2 évènements on peut considérer que le satellite a accompli un tour. On a donc :

$$f_s = \frac{1}{T_{i+1} - T_i}$$

En pratique, pour la production des WFL1, il a été écrit une fonction qui :

- Prend en entrée la date à laquelle doit être calculé la phase au format ISO, le numéro de satellite Cluster.
- Donne en sortie la phase calculée et un statut rendant compte du déroulement du calcul de la phase. Les différentes valeurs du statut sont définies dans l'annexe 8.1

Cette fonction se déroule de la manière suivante :

- On initialise la fonction avec la valeur -500.00 pour la phase et U pour le statut.
- On lit la date ISO (date à laquelle on veut la phase).  
S'il y a un problème lors de la lecture de la date ISO, le statut vaut X et le message d'erreur suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :  
ERROR / PHASE\_COMPUTE / CAN'T READ ISODATE : dateISO  
et l'exécution s'arrête.
- On vérifie la validité du numéro de satellite.  
Si le numéro de satellite n'est pas valide, le statut vaut X et le message d'erreur suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :  
ERROR / PHASE\_COMPUTE / CLUSTER DOESN'T HAVE A SATELLITE numérosat  
et l'exécution s'arrête.
- On recherche le  $\Phi_{SC}$  (Phase du satellite) dans le fichier SPINPHASE. Pour ce faire, on parcourt le fichier SPINPHASE jusqu'à trouver la ligne correspondant dans ce fichier et donc trouver le  $\Phi_{SC}$  ou jusqu'à la fin du fichier (si on ne trouve pas de ligne correspondant à la date).  
Si un problème intervient lors de la lecture du fichier SPINPHASE, le statut vaut X et le message d'erreur suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :  
ERROR / PHASE\_COMPUTE / ERROR WHILE READING FILE nomFichierSpinPhase  
et l'exécution s'arrête.  
Si aucun  $\Phi_{SC}$  n'a été trouvé à la fin du parcours du fichier SPINPHASE, nous affectons à  $\Phi_{SC}$  une valeur par défaut. Ces valeurs par défaut sont :  
 $\Phi_{SC} = 333.93$  pour le satellite 1  
 $\Phi_{SC} = 333.87$  pour le satellite 2  
 $\Phi_{SC} = 333.95$  pour le satellite 3  
 $\Phi_{SC} = 333.89$  pour le satellite 4  
Dans ce cas, le statut vaut 4 et le message suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :  
USING MEAN PHI\_SC=333.93INSTEAD FOR SAT 1  
si on traite le satellite 1
- On recherche le Sun Pulse le plus proche précédent la date à laquelle on veut la phase. Pour cela, nous parcourons le fichier des Sun Pulses interpolés jusqu'à trouver le bon Sun Pulse. Une fois que ce Sun Pulse est trouvé, on contrôle que le Sun Pulse suivant n'est pas plus proche et est postérieur à la date (à laquelle on veut la phase).  
Si un problème intervient lors de la lecture du fichier de Sun Pulse interpolés, le statut vaut X et le message d'erreur suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :  
ERROR / PHASE\_COMPUTE / ERROR WHILE READING FILE nomFichierSunPulseInterpoles  
et l'exécution s'arrête.
- On vérifie que le Sun Pulse trouvé est satisfaisant.

Si ce n'est pas le cas, le statut vaut N et le message d'alerte suivant s'affiche sur la fenêtre de commande :

```
WARNING / PHASE_COMPUTE / UNABLE TO FIND SATISFACTORY SUN PULSE FOR dateISO IN
nomFichierSunPulseInterpoles
```

et l'exécution s'arrête.

- On affecte la valeur du statut pour les cas qui n'ont pas encore été traités. Le satus vaut :
  - 0 si tous est OK,
  - 1 si le Sun Pulse utilisé est interpolé,
  - 2 si le Sun Pulse utilisé est suspect,
  - 5 si le Sun Pulse utilisé est interpolé et si on n'a pas trouvé de  $\Phi$ SC dans le fichier SPINPHASE,
  - 6 si le Sun Pulse utilisé est suspect et si on n'a pas trouvé de  $\Phi$ SC dans le fichier SPINPHASE.
- On calcule la phase par la relation suivante :

$$Phase = \phi_{sc} + 360.0 * \frac{Date - SP_{precedent}}{Periodesp} \text{ modulo } 360^\circ$$

### 9.2.3 Les fichiers SPINPHASE

Il y a un fichier SPINPHASE par satellite. Les trois « champs » présents dans ces fichiers sont les suivants :

- date de début de validité,
- date de fin de validité,
- valeur de  $\Phi$ SC.

Ces différentes valeurs (date de début de validité, date de fin de validité et valeur de  $\Phi$ SC) sont obtenues à partir des fichiers SATT présents dans /NFS/nas-cluster1/bouzid/val/SATT/AAMMJJ (où AA est l'année, MM est le mois et JJ est le jour).

### 9.2.4 Les fichiers des Sun Pulses interpolés :

Il y a un fichier de Sun Pulses interpolés par satellite et par jour. Les informations présentes dans ces fichiers sont les suivantes :

- Sun Pulse (date ISO),
- caractère valant T si le Sun Pulse est « vraie » (Sun Pulse lu dans le fichier HK) ou F si le Sun Pulse est interpolé,
- écart moyen entre Sun Pulse. Cet écart est calculé en réalisant la moyenne des écarts entre Sun Pulses successifs pour les cinq Sun Pulses précédents et les cinq Sun Pulses suivants le Sun Pulse qui nous intéresse.

Les fichiers de Sun Pulse brut sont dans :

```
/NFS/nas-cluster1/CLUSTER/COMMON/SPINPHASE/SP/HK
```

Ils peuvent présenter des « trous », c'est-à-dire que l'écart moyen entre deux Sun Pulses consécutifs est supérieur à la période de spin moyenne. Ces « trous » empêchent de calculer la phase (à l'endroit du trou). Nous essayons, quand c'est possible, de combler ces « trous » en interpolant les Sun Pulses.

Un « trou » est comblé si la durée de celui-ci est inférieure à 600s (c'est-à-dire 1/10ième de degré). La deuxième condition pour combler ce « trou » est que la valeur de  $\Phi$ SC avant et après le « trou » soit la même.



### 9.3. DÉFINITION DES SYSTÈMES DE COORDONNÉES UTILISÉS

Les définitions ci-dessous sont extraites du chapitre 5 de l'article [13, Robert 2013] ainsi que du document de travail [8, Robert, 2003]. Ceux-ci étant en anglais, il n'as pas été fait de traduction.

To transform telemetry data into significant physical units we need to convert the data from the sensor coordinate system into one or another system, and in particular to transform from the spinning system into a fixed one, with respect to Sun and Earth for instance. The following sections are dedicated to define all intermediate coordinate systems required for this operation. Notice than these definitions can be used for other experiment of the same type, one any other mission.

All transformation matrixes are named as:  $A\_to\_B$  where A and B are two different coordinate systems. To convert a vector given in the A system to the same vector expressed in the B system, the following expression is used:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ y \end{pmatrix}_B = A\_to\_B \begin{pmatrix} x \\ y \\ y \end{pmatrix}_A$$

For general computation of this kind of matrix, see [8, Robert, 2003].

#### 9.3.1 The Sensor Coordinate System (SCS)

This is the system where the original signal is measured (see Figure 17 below). This system could be a non perfect orthogonal system.

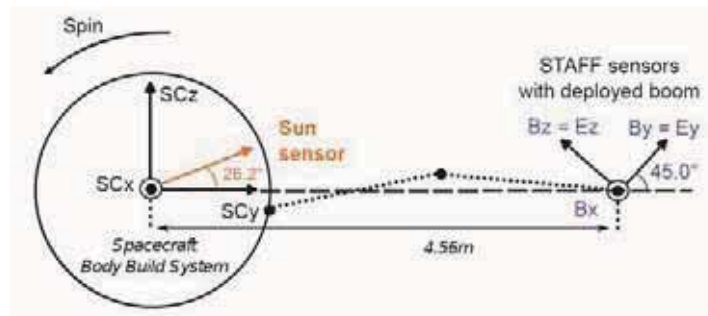


Figure 17 : Position des antennes de STAFF dans le repère « Body Build » lié au satellite.

#### 9.3.2 The Orthogonal Sensor System (OSS)

This is a Cartesian orthogonal coordinate system. The original sensor system can be a non orthogonal system, the first step is to transform the data vector in an orthogonal coordinate system: Z axis being the reference of the new Orthogonal Sensor System. The corresponding matrix, called "SCS\_to\_OSS", close to a unit matrix, is required and must be applied: values are supposed to be constant in time. Nevertheless, in a first time, taking into account the low deviation of the sensor to an orthogonal system for CLUSTER/STAFF (~0.2°), this correction is not applied and the matrix is set to unity matrix.

$$SCS\_to\_OSS \cong \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

If the user wants to do this correction, he can use the formulas given in section 9.6.1 which allows the tranformation from a non orthogonal system to an orthogonal one.

### 9.3.3 The Data Sensor System (DSS)

The Body Build System (BBS, see next section) is a system fixed to the geometry of the spacecraft, and is used as the spacecraft system reference for all the experiments. Generally, for most of spacecraft missions, the Z axis is close to the maximum principal inertia axis also called the spin axis (for spin stabilized spacecraft). Nevertheless, for CLUSTER, this axis has been defined as the X axis (see Fig. 14).

In all our data, the convention taken is Z=spin axis. It means that we have an intermediate coordinate system, called Data Sensor System (DSS) which corresponds to the previous OSS, but where the axes are permuted, to make Z close to the spin axis.

By respect to the Fig. 1,  $X_{OSS}, Y_{OSS}, Z_{OSS}$ , becomes Y, Z, X in DSS.

This permutation is obtained by the following matrix:

$$OSS\_to\_DSS = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

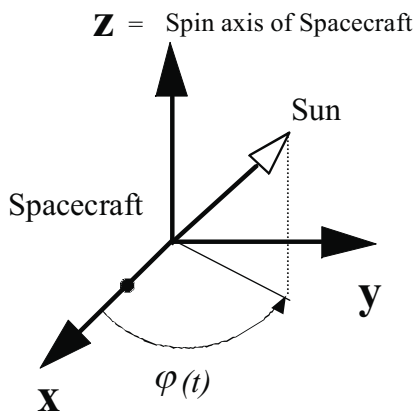
### 9.3.4 The Body Build System (BBS)

In the case of CLUSTER, the Z axis of the Data Sensor System is close to the X axis of the BBS system, but the misalignment angle is not easy to determine. It is also true for the small angle between this  $X_{BBS}$  and the true spin axis (precession and nutation motions). Nevertheless, an estimate of the cumulative angle is done in next subsection. Here, we neglect this small misalignment and assume  $Z_{DSS} = X_{BBS}$ . In all cases, 2 other axis may be rotated by an important angle (see Fig. 1). The corresponding matrix is required, called “DSS\_to\_BBS”: values are supposed to be constant. Practically, for the STAFF search coils of CLUSTER, this matrix is a rotation matrix of  $\alpha = 45^\circ$ .

$$DSS\_to\_BBS = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

### 9.3.5 The Spin Reference System (SRS)

The Spin reference system has its Z axis parallel to the spin axis. This is a spinning system, rotating at the spin frequency. As mentioned above, there is a small misalignment between the  $X_{BBS}$  axis and the  $Z_{SCS}$  axis, as there is another slight misalignment between the  $X_{BBS}$  axis and the  $Z_{DSS}$  axis (see Figure 18).



*This is a spinning local system close to the measurement antenna of a spacecraft.*

*The Z-axis is the spin axis of the spacecraft.*

*The X-axis and Y-axis are perpendicular to the spin axis, and rotate at the spin frequency of the spacecraft.*

*The definition of the SR system need the knowledge of the spin axis in a fixed frame of reference as the GEI inertial system, and the value of the spin phase  $\varphi$  at a given time.*

**Figure 18: Definition of SR system**

This is not easy to separate the two previous angles, but it is possible to estimate the small angle between the  $Z_{SCS}$  axis and the true spin axis which define  $Z_{SRS}$ . This angle  $\theta$  could be estimated by the measurement of the low spin signal on the  $Z_{SCS}$  component (see section 9.5).

If  $B_{xs}, B_{ys}, B_{zs}$ , are the amplitudes in nT of the spin sine on the 3 x, y, z components of the SCS system, this angle is estimated by :

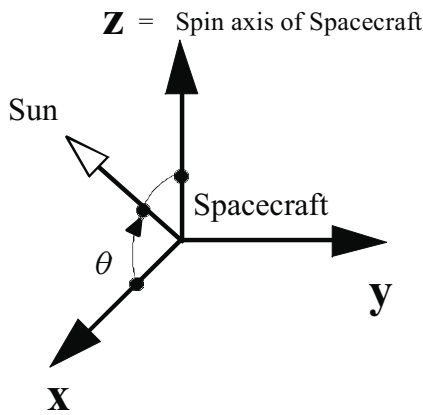
$$\sin \tilde{\theta} = \frac{B_{zs}\sqrt{2}}{\sqrt{B_{xs}^2 + B_{ys}^2 + B_{zs}^2}}$$

This angle could be constant, but can have also small variations during operations on the spacecraft (trajectory modifications, etc.). It has been estimated to an average value of  $\sim 0.5^\circ$ , and, in a first time, has not been taken into account. So, the “BBS\_to\_SRS” matrix is a simple circular permutation set to:

$$BBS\_to\_SRS \cong \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 9.3.6 The spin reference2 system (SR2)

The SR2 system, also called “SSS” for Spacecraft-SUN System, or “DS” for despun, is derived from the SRS system by a *despin* operation. The spinning Spacecraft is “stopped” just at the time where the X axis is in the plane containing the Z spin axis and the direction of the Sun. The rotation angle required is derived from the Sun pulse or any other quantity to compute the spin phase angle  $\varphi_s$  (see Figure 19).



*This is a fixed system useful for the spacecraft data processing. It is also called SCS, as “Spacecraft-Sun system”, or DS system (Despun Satellite).*

*The Z-axis is the spin axis of the spacecraft.  
The X-Z plane contains the direction of the Sun.*

*The X-axis is towards the day side.  
The Y-axis is perpendicular to the spacecraft-Sun line.*

*The SR2 system rotates with the same period than the orbital period of the spacecraft with respect to the inertial system, while the declination  $\theta$  varies continuously.*

**Figure 19:** Definition of SR2 system (Despun)

This spin phase angle  $\varphi_s$ , and the corresponding time measurement, is required to build the “SRS\_to\_SR2” matrix. Terms of this matrix are fast varying with time. The phase angle  $\varphi_s$  is calculated for each time tag of the data thanks to the sun pulse signal. This gives, where  $f_s$  is the spin frequency :

$$SRS\_to\_SR2 = \begin{pmatrix} \sin(2\pi f_s t + \varphi_s) & \cos(2\pi f_s t + \varphi_s) & 0 \\ \cos(2\pi f_s t + \varphi_s) & -\sin(2\pi f_s t + \varphi_s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### 9.3.7 The Inverse SR2 system (ISR2)

This is equivalent to the SR2 system (or SSS) where the Z and Y axis has inverse sign. This system is useful for CLUSTER, where the Z axis of ISR2 system is close to the Z axis of the GSE system, so ISR2 is a rather good approximation of the GSE system, and does not requires knowledge of spin direction in GSE system.

$$SR2\_to\_ISR2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

### 9.3.8 Simplification of the cumulative matrix products

Cumulative matrix product requested to transform original data given in SCS coordinate to a fixed coordinate system such as SR2 can be strongly simplified if we neglect all small misalignment angles mentioned above. By the way, the first mass processing on the STAFF-SC data was to produce a data base for the level 1 data (telemetry data) in the DSS system, which is delivered to the CSA. The only difference between the DSS with the SCS sensor coordinate is a circular permutation of the components to get the Z axis close to the spin axis, since we assume that the SCS is orthogonal and equal to the OSS (see section 8.4.2).

So to transform data expressed in DSS into the “fixed” SR2 we have to apply the cumulative matrix product:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ y \end{pmatrix}_{SR2} = [SRS\_to\_SR2][BBS\_to\_SRS][DSS\_to\_BBS] \begin{pmatrix} x \\ y \\ y \end{pmatrix}_{DSS}$$

Assuming all small misalignment angles close to zero, we get:

$$[BBS\_to\_SRS][DSS\_to\_BBS] = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 1 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Using expression of SRS\_to\_SR2 given in section 5.6, with  $\omega_s = 2\pi f_s$  after some calculus we get:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{SR2} = \begin{pmatrix} \sin(\omega_s t + \varphi_s + \alpha) & \cos(\omega_s t + \varphi_s + \alpha) & 1 \\ \cos(\omega_s t + \varphi_s + \alpha) & -\sin(\omega_s t + \varphi_s + \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{DSS}$$

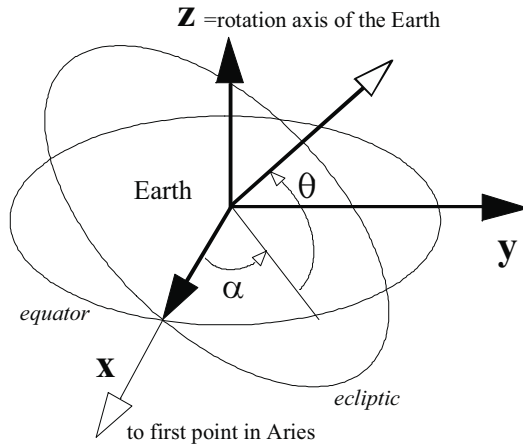
By neglecting all the small misalignment angles, the transformation from the Data Sensor System to the fixed SR2 system is simply reduced to a rotation in the spin plane of the fast varying angle:

$$\psi = (\omega_s t + \varphi_s + \alpha).$$

This simplification is used for CLUSTER/STAFF calibration, but cannot be used for spacecraft or rocket having precession or nutation, or a non constant direction of the spin axis. In this case, the full computation must be done.

### 9.3.9 The Geocentric Equatorial Inertial system (GEI)

The GSE system is a well known system, with the Z axis perpendicular to the Ecliptic plane, and the X axis toward the Sun. To do the transformation of the SSS to the GSE, the direction of the spin axis in the GSE system is required. Due to the gyroscopic effect of a spinning spacecraft, the spin axis is ~constant in an inertial system, and so has a yearly variation in the GSE system, excepted during spacecraft operations (see Figure 20).



The Z-axis is parallel to the rotation axis of the Earth.

The X-axis is defined by the intersection of the equator plane and the ecliptic plane, and is pointing towards the first point of Aries (Sun position at the vernal equinox).

One can define the **right ascension**  $\alpha$  and the **declination**  $\theta$  as:

**right ascension** :  $\alpha = \tan^{-1}(V_y/V_x)$   
 with  $\alpha$  in  $[0^\circ, 180^\circ]$  for  $V_y > 0$   
 $\alpha$  in  $[180^\circ, 360^\circ]$  for  $V_y < 0$   
**declination**  $\theta = \sin^{-1}(V_z/V)$   
 with  $\theta$  in  $[-90^\circ, 90^\circ]$

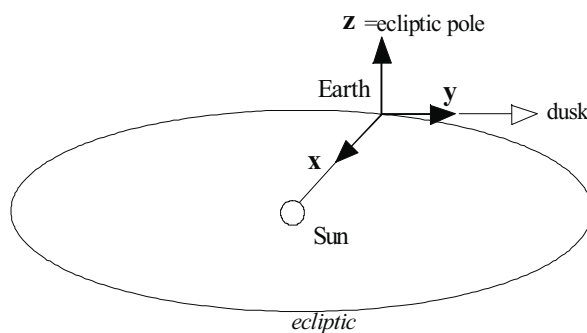
Figure 20 : Definition of GEI system:

SR2 to GSE transformation is done using module “tsr2gse” routine of ROCOTLIB software (see Robert, 1993, 2003, 2004). The Cartesian GSE coordinates of the direction of spin axis is required, as the corresponding time measurement. To transform spin right ascension and spin declination angle, given in STAFF-SC CSA data in Geocentric Equatorial Inertial system (GEI), routine “tgeigse” can be used. Those angles are also available in the auxiliary files available at CSA (latitude and longitude angles of the spin axis direction in GSE).

Note that in GSE system, each component mixes both parallel and perpendicular components to the spin axis. Because sensitivity is strongly different at low frequency on the parallel and perpendicular components in SR2 system, it is recommended to filter the date below ~0.6Hz before coordinate transformation. This is done for CSA Complex Spectra products.

### 9.3.10 The Geocentric Solar Ecliptic system (GSE)

Well known and very used system (see Figure 21).



The X-axis is pointing from the Earth towards the Sun.

The X-axis and the Y-axis are included in the ecliptic plane.

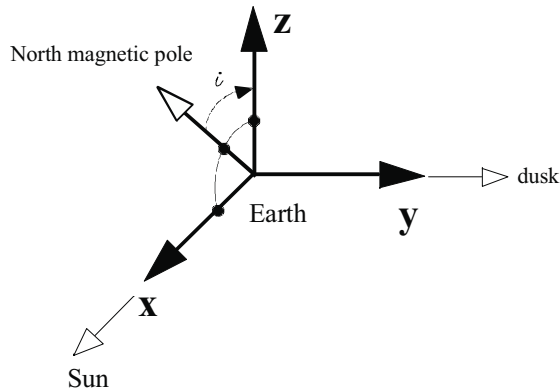
The Y-axis is pointing toward the dusk, opposing to the planetary motion.

The Z-axis is parallel to the ecliptic pole. The GSE system has a yearly rotation with respect to the inertial system.

Figure 21: Definition of GSE system

### 9.3.11 Geocentric Solar Magnetospheric system (GSM)

This system is known in space physics to properly organize the data, insofar as it reconciles the direction of the sun and the plane of the Earth magnetic meridian (see Figure 22).



*The X-axis is pointing from the Earth towards the Sun.*

*The X-Z plane contains the dipole axis.*

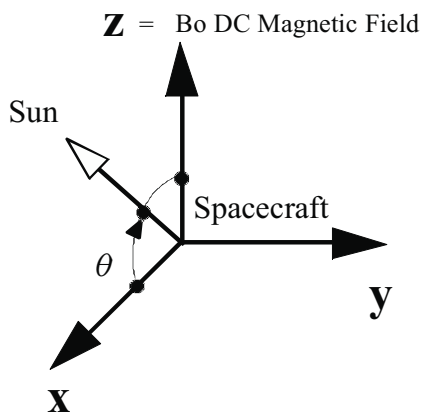
*The Y-axis is perpendicular to the Earth's magnetic dipole, towards the dusk and include in the magnetic equator plane.*

**Figure 22: Definition of GSM system**

The positive Z-axis is chosen to be in the same sense as the northern magnetic pole: the dipole tilt angle  $i$  is positive when the north magnetic pole is tilted towards the Sun. In addition to a yearly period due to the motion of the Earth about the Sun, the GSM system rocks about the Solar direction with a 24 h period.

### 9.3.12 Magnetic Field Aligned system (MFA)

This system is essential to study the polarization of waves. Indeed, most of the plane waves are characterized by their direction of rotation around the magnetic field, and by the angle between the normal to the wave plane and the main field (see Figure 23). It has therefore been introduced for this purpose [16, Robert, 2000].



*This is a system useful for physic, but the meaning of the  $B_0$  DC magnetic field must be knew, as its time variation (see ref. [16] ).*

*The Z-axis is the DC magnetic field vector.*

*The X-Z plane contains the direction of the Sun.*

*The X-axis is towards the day side.*

*The Y-axis is perpendicular to the spacecraft-Sun line.*

*The MFA system move continuously with the time variation of the DC magnetic field.*

**Figure 23: Definition of MFA system**

## 9.4. ESTIMATION DU CHAMP CONTINU DANS LE PLAN DE SPIN.

### 9.4.1 Problématique

La rotation des capteurs magnétiques dans le champ continu élevé engendre une composante sinusoïdale forte, d'amplitude  $B_{\perp}$  dans le plan de spin. Il est donc possible, en mesurant l'amplitude et la phase de cette sinusoïde, de recalculer les composantes Bx et By de ce champ, dans le repère tournant SR comme dans le repère fixe SR2.

Lorsque l'on applique la procédure de despin par la routine `desinus` (voir chapitre 8.2.2) on récupère en sortie l'amplitude en Volts et la phase de la sinusoïde de spin pour chaque composante, soit  $\tilde{B}_x, \tilde{\varphi}_x$  et  $\tilde{B}_y, \tilde{\varphi}_y$  ainsi que celle de la composante Bz,  $\tilde{B}_z, \tilde{\varphi}_z$  qui, bien que faible, permettra le calcul de l'angle de dépointage (voir chapitre 9.5). Les valeurs  $\tilde{B}_x$  et  $\tilde{B}_y$  sont deux estimations différentes du champ perpendiculaire  $B_{\perp}$ , en valeur non calibrées (en V), de même que  $\tilde{\varphi}_x$  et  $\tilde{\varphi}_y$  sont deux estimations de la phase  $\varphi$  dans le repère tournant SR.

La Figure 24 illustre cette mesure dans le repère tournant des antennes.

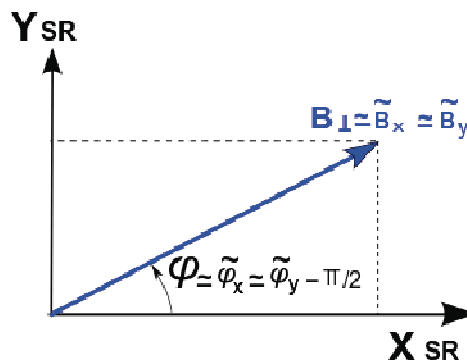


Figure 24: Mesure du champ perpendiculaire et de la phase dans le plan de spin

En associant à ces valeurs le coefficient complexe de la fonction de transfert à la fréquence de spin, en tenant compte d'une part de la position des antennes par rapport aux axes du « Body-Build System » (voir § 8.4.4) et d'autre part du « spin phase » défini au chapitre 9.2, on peut reconstituer les composantes x et y du champ  $B_{\perp}$  dans le repère fixe SR2.

### 9.4.2 Amplitude et phase de $B_{\perp}$ en repère tournant SR

A partir des deux estimations  $\tilde{B}_x$  et  $\tilde{B}_y$  de l'amplitude (en V) on peut calculer deux estimations  $B_{\perp x}$  et  $B_{\perp y}$  de l'amplitude en nT par les formules :

$$B_{\perp x} = \tilde{B}_x \frac{1}{|\alpha_x(f_s)|} \quad B_{\perp y} = \tilde{B}_y \frac{1}{|\alpha_y(f_s)|}$$

Où  $|\alpha_x(f_s)|$  et  $|\alpha_y(f_s)|$  sont les modules de la fonction de transfert à la fréquence de spin pour chacune des deux composantes X et Y.

De même on obtient deux estimations différentes de l'angle  $\varphi$  en corrigeant les phases mesurées par la fonction de transfert :

$$\begin{aligned}\varphi_x &= \widetilde{\varphi}_x - \text{phase}[\alpha_x(f_s)] \\ \varphi_y &= \widetilde{\varphi}_y - \text{phase}[\alpha_y(f_s)]\end{aligned}$$

### 9.4.3 Tests sur $B_{\perp x}$ et $B_{\perp y}$

En principe  $B_{\perp x}$  et  $B_{\perp y}$  devraient être égaux, même si les fonctions de transfert sont légèrement différentes. De même la différence entre  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  devrait être de  $90^\circ$ .

On peut donc effectuer un test pour voir si ces hypothèses sont vraies ou non. La mesure des différences permettra d'estimer la matrice de dépointage des antennes. Le calcul complet de la matrice de dépointage est assez complexe, et sera donné dans un document à venir.

Par contre, dans la mesure où le capteur Z est proche de l'axe de spin, la mesure de l'amplitude  $\widetilde{B}_z$  permet d'estimer le « misalignment angle » dont le calcul est donné au chapitre 9.5.

### 9.4.4 Amplitude et phase de $B_{\perp}$ en repère fixe SR2

Dans la mesure où on a deux estimations du champ  $B_{\perp}$  et de l'angle de phase  $\varphi$  il faut en proposer une seule. Il est naturel de prendre comme valeur de  $B_{\perp}$  la valeur moyenne:

$$B_{\perp} = \frac{1}{2}(B_{\perp x} + B_{\perp y})$$

Pour la phase on décide de prendre comme phase de référence  $\varphi_x$  (ce choix est arbitraire, on aurait pu prendre  $\varphi_y$ ).

Pour obtenir les valeurs  $B_x$  et  $B_y$  du champ DC dans le repère SR2, il suffit de faire une rotation d'angle  $\psi$ . Le calcul de cet angle est fait dans le chapitre 9.3.6 et on a :

$$\psi = (\omega_s t + \varphi_s + \alpha).$$

Les valeurs retenues pour le champ continu dans le plan de spin sont alors :

$$\begin{aligned}B_x^{DC} &= B_{\perp} \sin(\varphi_x + \psi) \\ B_y^{DC} &= B_{\perp} \cos(\varphi_x + \psi)\end{aligned}$$

Par cette méthode, on a préservé le fait que l'amplitude est la même sur les deux composantes, et que celles-ci sont bien déphasées de  $90^\circ$ .



## 9.5. ESTIMATION DU “MISALIGNMENT ANGLE”

Le “misalignment angle” est l’angle (faible) entre le véritable axe de rotation du satellite et l’antenne Z du search-coils. Ce chapitre est issu d’un document « Waveform calibration method for no-linear transfer function » de P. Robert, daté du 11 mai 2007, qui avait été fait pour Themis, mais qui n’as jamais été achevé. Écrit initialement en anglais, ce chapitre n’as pas été retraduis ici.

### 9.5.1 Definitions

Situation is shown by the Figure 25 hereafter : (X,Y,Z) is the SR2 or “Despun” System.

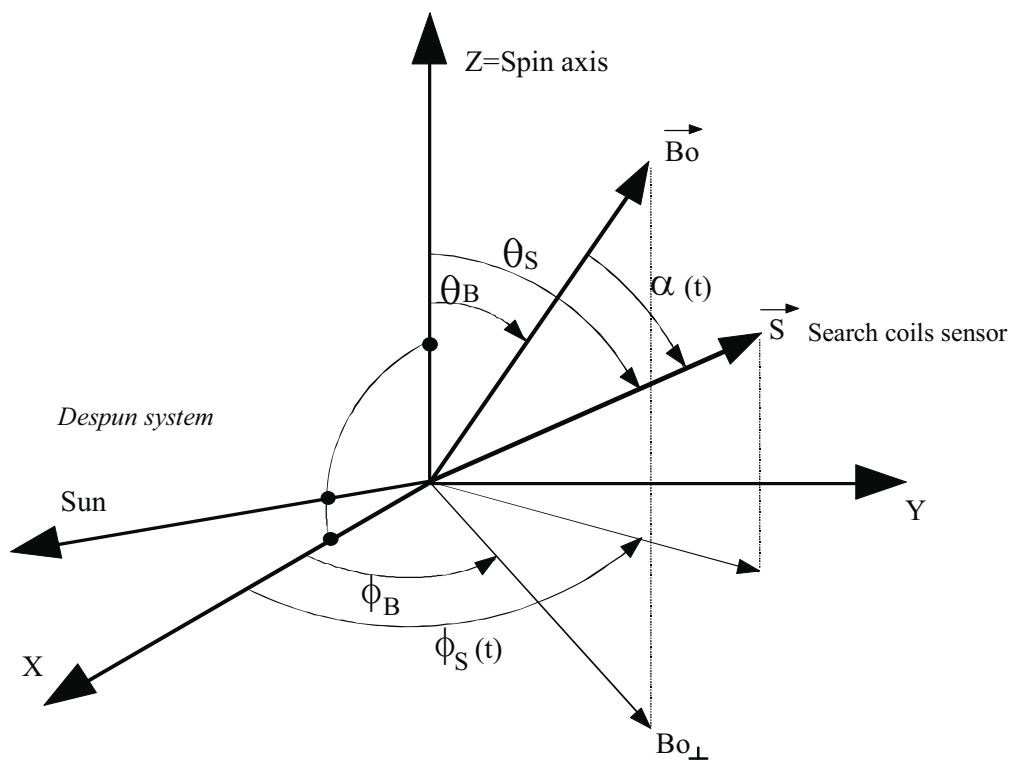


Figure 25: Définition des repères pour un capteur en rotation

In the SR2, or “Despun” system (DS), the Z axis of the spacecraft is along the spin axis. The sensor  $\underline{S}$  (which can be the X, Y, or Z sensors) is rotating around the spin axis with a constant angle  $\theta_S$ . The DC field  $\underline{B}_0$  is roughly constant on a few period of spin. More often than not, the Z sensor is close to the spin axis ( $\theta_z \sim 0^\circ$ ) and the X and Y sensors are close to the spin plane ( $\theta_x \sim \theta_y \sim 90^\circ$ ). The  $\theta_z$  angle is called the misalignment angle. The estimate of this angle is useful to compute the matrix between the sensor system and the spinning system where Z is the spin axis, generally close to the unit matrix.

### 9.5.2 Signal delivered by a rotating antenna into a DC field

Vectors  $\underline{S}$  and  $\underline{B}_0$  have for components:

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} \sin \theta_S \cos \phi_S \\ \sin \theta_S \sin \phi_S \\ \cos \theta_S \end{pmatrix} \quad \underline{B}_0 = \begin{pmatrix} B_0 \sin \theta_B \cos \phi_B \\ B_0 \sin \theta_B \sin \phi_B \\ B_0 \cos \theta_B \end{pmatrix}$$

The signal delivered by the sensor S is  $B_0 \cos \alpha(t) = \underline{B}_0 \cdot \underline{S}$ , so:

$$S(t) = B_0 \sin \theta_B \sin \theta_S \cos (\phi_B - \phi_S(t)) + B_0 \cos \theta_B \cos \theta_S$$

The angles  $\theta_B$  and  $\theta_S$  being constant, and the transfer function of a Search-Coil being naught at zero frequency, the signal is reduced at its times variations, and the previous expression becomes:

$$S(t) = B_{0\perp} \sin \theta_S \cos (\phi_B - \phi_S(t)) \quad \text{with } B_{0\perp} = B_0 \sin \theta_B \quad (\text{no time-dependent})$$

So the sensor measure only the component of the DC perpendicular to the spin axis, and this DC field is viewed in the sensor reference frame as a circular wave, left handed polarized, at the spin frequency.

As S sensor is spinning around Z,  $\theta_S$  is no time-dependant and  $\phi_S(t)$  can be expressed as :

$$\phi_S(t) = 2\pi F_s t + \phi_0$$

Therefore we have:

$$S(t) = B_{0\perp} \sin \theta_S \cos (2\pi F_s t + \phi_0 - \phi_B)$$

So, the  $S(t)$  signal is a pure sine wave, with amplitude equal to  $B_{0\perp} \sin \theta_S$

### 9.5.3 Estimate of the misalignment angle $\theta_z$ for low value

When we choose the S sensor as the Z sensor, we have on the  $z(t)$  component a sine signal with an amplitude  $a_z = B_{0\perp} \sin \theta_z$  and a phase of  $(\phi_0 - \phi_B)$ . These two quantities can be computed by using the algorithm of the "desinus" software.

For an antenna Z close to the spin axis ( $\theta_z \sim 0$ , and  $\theta_x \sim \theta_y \sim 90^\circ$ ) and  $a_x$  being the amplitude of the corresponding sine on  $x(t)$  component, we can estimate  $\theta_z$  by :

$$\sin \theta_z \approx a_z / a_x$$

### 9.5.4 Estimate of the misalignment angle $\theta_z$ for high value

So we have (1) :

$$\begin{aligned} S_x(t) &= B_{0\perp} \sin \theta_x \cos (2\pi F_s t + \phi_{0x} - \phi_B) \\ S_y(t) &= B_{0\perp} \sin \theta_y \cos (2\pi F_s t + \phi_{0y} - \phi_B) \\ S_z(t) &= B_{0\perp} \sin \theta_z \cos (2\pi F_s t + \phi_{0z} - \phi_B) \end{aligned}$$

- If the three-axis of the sensors is an orthogonal system, we have:

$$\underline{\mathbf{S}}_x \cdot \underline{\mathbf{S}}_y = 0 \quad \underline{\mathbf{S}}_x \cdot \underline{\mathbf{S}}_z = 0 \quad \underline{\mathbf{S}}_y \cdot \underline{\mathbf{S}}_z = 0$$

After computation, we found **(2)** :

$$\begin{aligned} \cos(\phi_x - \phi_y) &= -\cos \theta_x \cos \theta_y / \sin \theta_x \sin \theta_y = -1 / \operatorname{tg} \theta_x \operatorname{tg} \theta_y \\ \cos(\phi_x - \phi_z) &= -\cos \theta_x \cos \theta_z / \sin \theta_x \sin \theta_z = -1 / \operatorname{tg} \theta_x \operatorname{tg} \theta_z \\ \cos(\phi_y - \phi_z) &= -\cos \theta_y \cos \theta_z / \sin \theta_y \sin \theta_z = -1 / \operatorname{tg} \theta_y \operatorname{tg} \theta_z \end{aligned}$$

with

$$\phi_x(t) = 2\pi F_s t + \phi_{ox} \quad \phi_y(t) = 2\pi F_s t + \phi_{oy} \quad \phi_z(t) = 2\pi F_s t + \phi_{oz}$$

- Always with the properties of an orthogonal system, we have:

$$\underline{\mathbf{S}}_x = \underline{\mathbf{S}}_y \cdot \underline{\mathbf{S}}_z \quad \underline{\mathbf{S}}_y = \underline{\mathbf{S}}_z \cdot \underline{\mathbf{S}}_x \quad \underline{\mathbf{S}}_z = \underline{\mathbf{S}}_x \cdot \underline{\mathbf{S}}_y$$

After computation, we found **(3)** :

$$\begin{aligned} \sin(\phi_z - \phi_y) &= \cos \theta_x / \sin \theta_y \sin \theta_z \\ \sin(\phi_x - \phi_z) &= \cos \theta_y / \sin \theta_z \sin \theta_x \\ \sin(\phi_y - \phi_x) &= \cos \theta_z / \sin \theta_x \sin \theta_y \end{aligned}$$

- By using **(2)** and **(3)**, we can eliminate the  $\phi_i$  angles, and we obtain a system of 3 equations depending of only  $\theta_i$  **(4)** :

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta_x &= -\cos(\theta_y - \theta_z)(\theta_y + \theta_z) & \sin^2 \theta_x &= 1 + \cos(\theta_y - \theta_z)(\theta_y + \theta_z) \\ \cos^2 \theta_y &= -\cos(\theta_z - \theta_x)(\theta_z + \theta_x) & \sin^2 \theta_y &= 1 + \cos(\theta_z - \theta_x)(\theta_z + \theta_x) \\ \cos^2 \theta_z &= -\cos(\theta_x - \theta_y)(\theta_x + \theta_y) & \sin^2 \theta_z &= 1 + \cos(\theta_x - \theta_y)(\theta_x + \theta_y) \end{aligned}$$

- If now we return to equation **(1)** we can see that the amplitude of the 3 sine signals are :

$$\begin{aligned} a_x &= B_{o\perp} \sin \theta_x \\ a_y &= B_{o\perp} \sin \theta_y \\ a_z &= B_{o\perp} \sin \theta_z \end{aligned}$$

so, we have **(5)** :

$$B_{o\perp} = a_x / \sin \theta_x = a_y / \sin \theta_y = a_z / \sin \theta_z$$

- Now, by using **(4)** and **(5)**, we obtains 3 groups of 3 equations with 3 unknown values **(6)** :

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_z &= 1 + \cos(\theta_x - \theta_y)(\theta_x + \theta_y) \\ \sin^2 \theta_z &= (a_z/a_x)^2 \sin^2 \theta_x \\ \sin^2 \theta_z &= (a_z/a_y)^2 \sin^2 \theta_y \end{aligned}$$

and we can get easily the two equivalent systems for  $\theta_x$  and  $\theta_y$ .

• At last, by solving the 3 previous systems, we can compute the 3 angles  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ , we obtains the solutions:

$$\begin{aligned} \sin \theta_x &= a_x \sqrt{2} / (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2} \\ \sin \theta_y &= a_y \sqrt{2} / (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2} \\ \sin \theta_z &= a_z \sqrt{2} / (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2} \end{aligned}$$

We can check that if  $\theta_x \approx \theta_y \approx 90^\circ$ , we found the previous approximation  $\sin \theta_z \approx a_z / a_x$

Likewise, if  $\theta_z$  is equal to zero, from **(5)**  $\theta_x = \theta_y = 90^\circ$ , and  $a_x = a_y = B_{o\perp}$

Nevertheless, if  $\theta_z$  is not equal to zero, and  $\theta_x \neq \theta_y$ .

Finally, that we call the misalignment angle is  $\theta_z$  given by:

$$\theta_z = \sin^{-1} \left( \frac{a_z \sqrt{2}}{(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}} \right)$$

## 9.6. CALCUL DE LA MATRICE DE CORRECTION DU DÉPOINTAGE

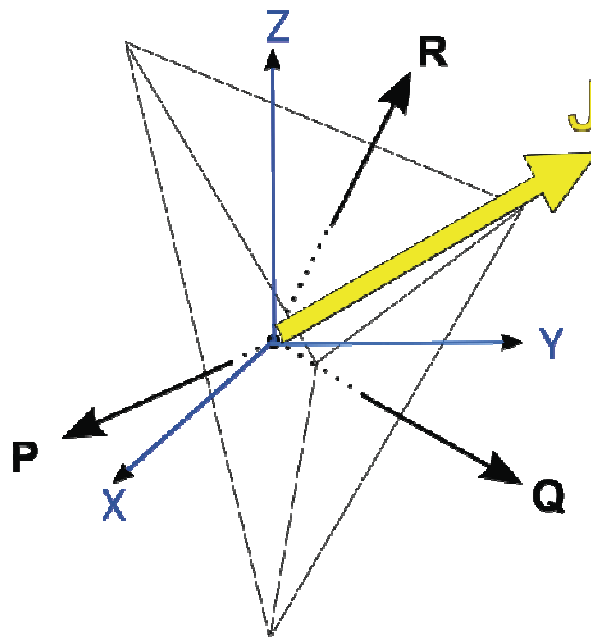
### 9.6.1 *Passage de coordonnées non orthogonales à un système orthogonal*

*Ce chapitre est extrait d'un document de P. Robert du 20 janvier 1994. Merci à G. Chanteur de l'avoir relu, vérifié et suggéré une présentation plus claire que celle d'origine.*

#### • *Position du problème*

Le problème est identique à celui qui se pose lors de la mission CLUSTER pour calculer le courant mesuré par les 4 magnétomètres disposés en tétraèdre, en utilisant la méthode basée sur le théorème d'Ampère.

Dans cette méthode, on mesure la densité de courant  $J$  selon 3 directions non orthogonales qui sont celles des normales aux 3 faces choisies (parmi 4 combinaisons possibles) d'un tétraèdre quelconque mais non dégénéré (ni plat, ni linéaire) par la formule  $\mu_0 I = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  sur chacune des faces choisies. La Figure 26 ci-dessous résume le problème.



*Figure 26 : Projection du vecteur J sur 3 vecteurs (P, Q, R) non orthogonaux*

Le problème qui se pose ici est analogue : à partir des 3 mesures  $B_{pm}$ ,  $B_{qm}$ ,  $B_{rm}$  faites par les capteurs magnétiques sur des axes de mesure non orthogonaux  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  on souhaite recalculer les composantes cartésiennes du repère orthonormé  $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ , soit les composantes  $B_x, B_y, B_z$ .

Au chapitre 9.3.1 le système de mesure non orthogonal (P,Q,R) est appelé « **Sensor Coordinate System** » (SCS), tandis que le repère (X,Y,Z) est appelé « **Orthogonal Sensor System** » (OSS).

• *Passage d'un système non orthogonal à un système orthogonal*

On désigne par  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  les normales aux trois faces considérées, ces normales n'étant ni coplanaires, ni colinéaires. Leur direction est supposée connue dans le repère orthonormé de référence  $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$  comme :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} \quad \vec{Q} = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} \quad \vec{R} = \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} \quad [1]$$

Les composantes de  $\vec{B}$  dans le repère non orthogonal  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  sont :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_p \\ B_q \\ B_r \end{pmatrix} = B_p \vec{P} + B_q \vec{Q} + B_r \vec{R} \quad [2]$$

En remplaçant dans [2] les vecteurs par leur expression donnée en [1] on obtient :

$$\vec{B} = B_p \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} + B_q \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} + B_r \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix}$$

Ce qui s'exprime sous la forme matricielle par :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_p \\ B_q \\ B_r \end{pmatrix} \quad [3]$$

On trouve ainsi la matrice de passage du repère non orthogonal  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  au repère orthonormé  $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$

Mais **ATTENTION** ! Les composantes  $B_p, B_q, B_r$  **NE SONT PAS** les mesures expérimentales de  $\vec{B}$  par les capteurs le long des axes  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ , comme on peut le voir sur la Figure 27 ci-dessous.

Il faudra donc procéder autrement.

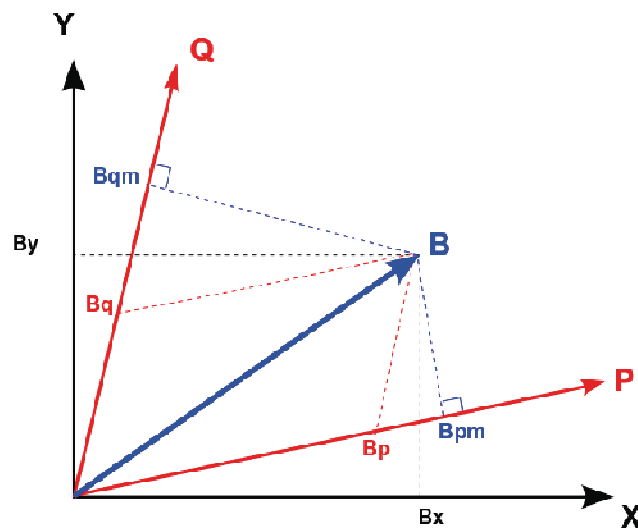


Figure 27: Différence entre les composantes mathématique de B et les mesures

• **Calcul des composantes cartésiennes XYZ du champ à partir des mesures sur PQR**

Si on appelle  $B_{pm}, B_{qm}, B_{rm}$  les composantes mesurées de  $\vec{B}$  dans le repère  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  on peut écrire :

$$\begin{aligned} B_{pm} &= \vec{P} \cdot \vec{B} = P_x B_x + P_y B_y + P_z B_z \\ B_{qm} &= \vec{Q} \cdot \vec{B} = Q_x B_x + Q_y B_y + Q_z B_z \\ B_{rm} &= \vec{R} \cdot \vec{B} = R_x B_x + R_y B_y + R_z B_z \end{aligned}$$

Ce système linéaire s'écrivant sous la forme matricielle comme:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_{pm} \\ B_{qm} \\ B_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

Ce qui correspond à une matrice de passage  $M = (P_i, Q_i, R_i)$  des valeurs de  $\vec{B}$  dans le système orthonormé (X,Y,Z) (ce que l'on cherche) vers les valeurs de  $\vec{B}$  projetées sur les axes  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$  (ce que l'on mesure). Il faudra donc faire l'opération inverse.

• **Définition de la matrice de dépointage**

La matrice  $M = (P_i, Q_i, R_i)$  qui donne la direction des senseurs dans un repère cartésien est dite « matrice de dépointage ». Dans l'application pratique, il faut bien sûr connaître cette matrice **M** si on veut pouvoir faire la correction du dépointage. Elle ne peut qu'avoir été proprement mesurée au sol avant le tir.

Note: Dans le cas où le système de mesure de départ ( $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ ) est déjà orthonormé, et si on a  $\vec{P} = \vec{X}$ ,  $\vec{Q} = \vec{Y}$ , et  $\vec{R} = \vec{Z}$  la matrice de dépointage se réduit à la matrice unitaire et on a bien sûr :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_{pm} \\ B_{qm} \\ B_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

En l'absence de données suffisamment précise sur la direction des antennes par rapport au système OSS pour les capteurs de CLUSTER/STAFF, c'est la matrice unitaire qui a été appliquée (voir [13], Robert, 2013).

**9.6.2 Matrice de correction du dépointage**

On souhaite donc faire l'opération inverse, c'est à dire déterminer  $\vec{B}$  dans le repère orthonormé XYZ où sont connus les vecteurs  $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ . Il suffit donc de calculer la matrice inverse de M, soit :

$$M' = \begin{pmatrix} U_p & U_q & U_r \\ V_p & V_q & V_r \\ W_p & W_q & W_r \end{pmatrix} \text{ inverse de } M = \begin{pmatrix} P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \\ R_x & R_y & R_z \end{pmatrix}$$

Et on obtiendra le résultat cherché :

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_p & U_q & U_r \\ V_p & V_q & V_r \\ W_p & W_q & W_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{pm} \\ B_{qm} \\ B_{rm} \end{pmatrix}$$

La matrice **M'** est dite « matrice de correction du dépointage ».

• **Calcul de la matrice de dépointage inverse**

On procède en quatre étapes :

- 1) calcul de la matrice transposée :

$$M^t = \begin{pmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{pmatrix}$$

- 2) remplacement de chaque terme par son déterminant, et changement de signe pour les termes dont la somme des indices est impair :

$$\begin{aligned} U_p' &= (Q_y R_z - Q_z R_y) \\ U_q' &= -(Q_x R_z - Q_z R_x) \\ U_r' &= (Q_x R_y - Q_y R_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_p' &= -(P_y R_z - P_z R_y) \\ V_q' &= (P_x R_z - P_z R_x) \\ V_r' &= -(P_x R_y - P_y R_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_p' &= (P_y Q_z - P_z Q_y) \\ W_q' &= -(P_x Q_z - P_z Q_x) \\ W_r' &= (P_x Q_y - P_y Q_x) \end{aligned}$$

- 3) calcul du déterminant

$$D = P_x Q_y R_z + P_y Q_z R_x + P_z Q_x R_y - P_z Q_y R_x - P_x Q_z R_y - P_y Q_x R_z$$

- 4) normalisation de chaque terme par le déterminant de la matrice transposée :

Soit donc :

$$M' = \begin{pmatrix} U_p & U_q & U_r \\ V_p & V_q & V_r \\ W_p & W_q & W_r \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} U_p' & U_q' & U_r' \\ V_p' & V_q' & V_r' \\ W_p' & W_q' & W_r' \end{pmatrix}$$

Note: Dans le cas où le système de mesure de départ  $(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R})$  est déjà orthonormé, la matrice inverse  $M'$  se déduit immédiatement de la matrice  $M$  par :

$$M' = M^t = \begin{pmatrix} P_x & Q_x & R_x \\ P_y & Q_y & R_y \\ P_z & Q_z & R_z \end{pmatrix}$$

• **Exemple d'application: cas des antennes électriques d'Interball**

La direction des axes de mesure sont déduites des coordonnées des boules en cm dans le repère cartésien X,Y,Z du satellite (informations S. Perault, 2002), soit:

$$B_{1x} = \begin{pmatrix} 2195 \\ 0 \\ -228 \end{pmatrix} \quad B_{2x} = \begin{pmatrix} 2125 \cdot \cos(15^\circ) \\ -2125 \cdot \sin(15^\circ) \\ 228 \end{pmatrix}$$



On en déduit l'axe  $\mathbf{P}'$  non normalisé :

$$\mathbf{P}' = \begin{pmatrix} 2195 + 2125 \cdot \cos(15^\circ) \\ 2125 \cdot \sin(15^\circ) \\ -456 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4247.6 \\ 549.99 \\ -456 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{P}$  est déduit de  $\mathbf{P}'$  après normalisation, avec  $N=4307.26$ , soit  $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.9860 \\ 0.1277 \\ 0.1059 \end{pmatrix}$

Les axes  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  étant identiques aux axes  $Y$  et  $Z$ , on a :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Et la matrice de correction du dépointage est donc :

$$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} U_p & U_q & U_r \\ V_p & V_q & V_r \\ W_p & W_q & W_r \end{pmatrix} = \frac{1}{P_x} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -P_y & P_x & 0 \\ -P_z & 0 & P_x \end{pmatrix}$$

Soit :

$$\mathbf{M}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.1295 & 1 & 0 \\ -0.1074 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On voit donc qu'il apparait des termes diagonaux faibles mais non nuls dus à la non orthogonalité du repère initial des senseurs.

#### • Estimation expérimentale de certains termes

Selon les conventions du chapitre 9.3.1 le système de mesure non orthogonal ( $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ ) est appelé « **Sensor Coordinate System** » (SCS), tandis que le repère ( $X, Y, Z$ ) est appelé « **Orthogonal Sensor System** » (OSS). On a vu que pour CLUSTER/STAFF, on a fait l'approximation :

$$SCS\_to\_OSS \cong \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Alors que dans le calcul exact il faut remplacer la matrice unité par la matrice de dépointage, soit :

$$SCS\_to\_OSS = \begin{pmatrix} U_p & U_q & U_r \\ V_p & V_q & V_r \\ W_p & W_q & W_r \end{pmatrix}$$

Ce qui nous donne, pour le passage au DSS (le Data Sensor System , voir chapitre 9.3.3)

$$OSS\_to\_DSS = \begin{pmatrix} U_r & U_p & U_q \\ V_r & V_p & V_q \\ W_r & W_p & W_q \end{pmatrix}$$

Le passage du DSS au BBS est plus délicat. Au chapitre 9.3.4 on a négligé le petit angle entre l'axe  $Z$  du DSS et l'axe  $X$  du BBS en faisant l'hypothèse  $\vec{Z}_{DSS} \approx \vec{X}_{BBS}$ .

En vérité, il existe aussi un petit dépointage entre l'axe du bras portant l'instrument et le Body Build, et la formule du chapitre 9.3.4 devrait s'écrire avec une matrice de correction supplémentaire comme :

$$DSS\_to\_BBS = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

En admettant que le passage du repère du bras au repère du Body Build soit entre repère orthogonaux.

Dans ce cas la matrice  $D = \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{pmatrix}$  est une matrice de rotation proche de l'unité.

On as donc  $a_x \simeq b_y \simeq c_z \simeq 1$

tandis que  $a_y \simeq a_z \simeq \varepsilon$

$$b_x \simeq b_z \simeq \varepsilon$$

$$c_x \simeq c_y \simeq \varepsilon$$

De même comme on a :

$$OSS\_to\_DSS = \begin{pmatrix} U_r & U_p & U_q \\ V_r & V_p & V_q \\ W_r & W_p & W_q \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On peut affirmer que  $W_r \simeq U_p \simeq V_q \simeq 1$

tandis que  $U_r \simeq U_q \simeq \varepsilon$

$$V_r \simeq V_p \simeq \varepsilon$$

$$W_p \simeq W_q \simeq \varepsilon$$

Si l'enjeu en vaut la peine, on peu faire le calcul complet à l'ordre 1, en négligeant les termes en  $\varepsilon^2$  afin de trouver la matrice de correction totale. On peut ensuite la comparer avec le « misalignment angle » mesuré expérimentalement par la formule du chapitre 9.3.5.

Expérimentalement, les valeurs différentes de l'amplitude des deux composantes  $B_{xs}, B_{ys}$  de la sinusoïde de spin mesurée dans le repère SCS, ainsi que l'écart de leur différence de phase avec la valeur théorique de  $90^\circ$ , devrait pouvoir permettre une estimation expérimentale de la matrice de dépointage totale : 3 angles à déterminer, à partir de 3 paramètres, le problème est donc a priori soluble.

Néanmoins, pour CLUSTER/STAFF, le misalignment angle étant de l'ordre de  $0.5^\circ$ , et en tout cas inférieur au degré, ce calcul complet n'as pas été fait.