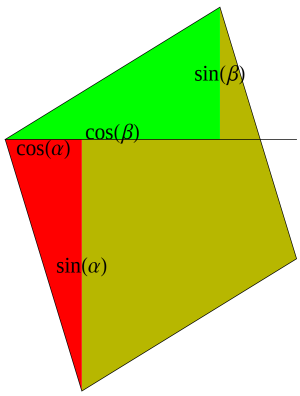
# Rappels de trigonométrie

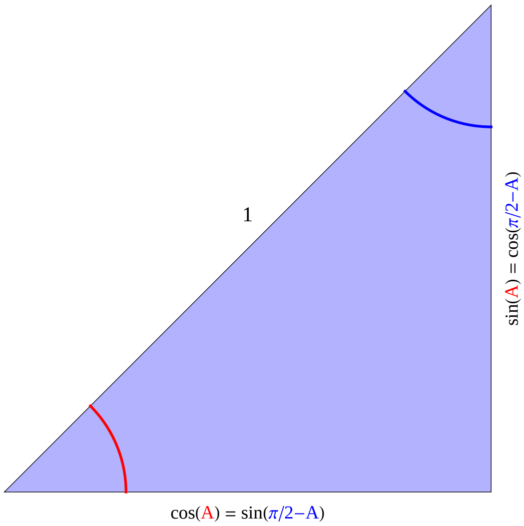
**Propriété 0.0.1.** ***Formules d'addition***
*Pour tout couple de réels* $(a, b)$ *:*

$$\left\{\begin{array}{lcl} \cos(a+b) & = & \cos a\,\cos b - \sin a\,\sin b \\ \cos(a-b) & = & \cos a\,\cos b + \sin a\,\sin b \\ \sin(a+b) & = & \sin a\,\cos b + \cos a\,\sin b \\ \sin(a-b) & = & \sin a\,\cos b - \cos a\,\sin b \end{array}\right. \tag{1}$$




**Formule d'addition pour la fonction sinus :** $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\,\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta$
(Image obtenue grâce au "Wolfram Demonstration Project" [1])

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \cos\left(a+\frac{\pi}{2}\right) & = & -\,\sin a \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right) & = & \sin a \\ \sin\left(a+\frac{\pi}{2}\right) & = & \cos a \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right) & = & \cos a \end{array} \right. \tag{2}$$



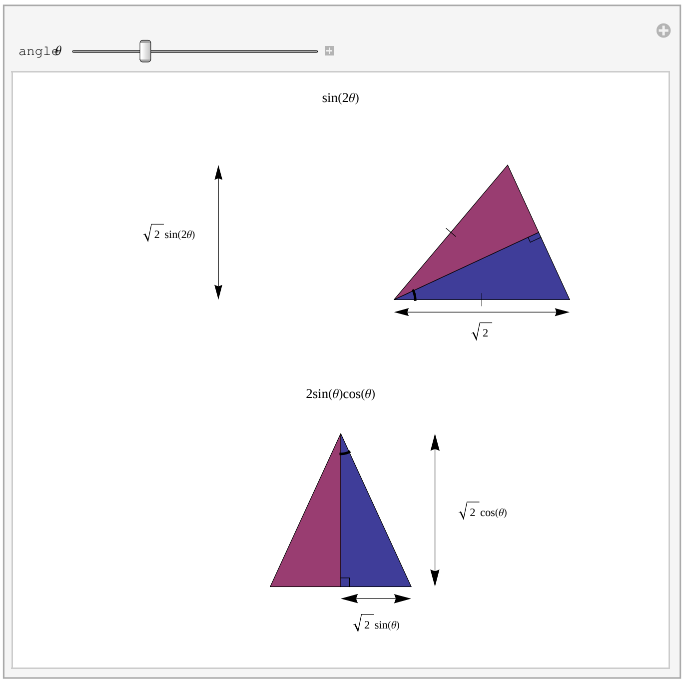

**(Image obtenue grâce au "Wolfram Demonstration Project" [1])**

*et, lorsque* $(a,b) \notin \left\{\frac{\pi}{2}+k\,\pi\,,k \in \mathbb{Z}\right\}^2$ *:*

$$\left\{ \begin{array}{lcllcl} \tan(a+b) & = & \frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\,\tan b} & si & a+b & \notin \left\{\frac{\pi}{2}+k\,\pi\,,k \in \mathbb{Z}\right\} \\ \tan(a-b) & = & \frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\,\tan b} & si & a-b & \notin \left\{\frac{\pi}{2}+k\,\pi\,,k \in \mathbb{Z}\right\} \end{array} \right. \tag{3}$$

**Propriété 0.0.2.** ***Formules de duplication***
*Pour tout réel a :*

$$\left\{\begin{array}{lllllll}\cos(2\,a) & = & \cos^2 a-\sin^2 a & = & 2\,\cos^2 a-1 & = & 1-2\,\sin^2 a\\ \sin(2\,a) & = & 2\,\sin a\,\cos a & & & & \end{array}\right. \tag{4}$$




**Formule de duplication pour le sinus d'un angle**
(Image obtenue grâce au "Wolfram Demonstration Project" [1])

*et, lorsque* $a \neq \frac{\pi}{2}\,[\pi]$ *et* $2\,a \neq \frac{\pi}{2}\,[\pi]$ *:*

$$\tan(2\,a) = \frac{2\,\tan a}{1-\tan^2 a} \tag{5}$$

**Propriété 0.0.3.** ***Formules de linéarisation***
*Pour tout réel a :*

$$\left\{\begin{array}{lcl}\cos^2 a & = & \frac{1+\cos(2\,a)}{2}\\ \sin^2 a & = & \frac{1-\cos(2\,a)}{2}\end{array}\right. \tag{6}$$

**Propriété 0.0.4.** *Pour tout couple de réels* $(p,q)$ *:*

$$\left\{\begin{array}{lcl}\cos p+\cos q & = & 2\,\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\,\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\\ \cos p-\cos q & = & -2\,\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\,\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\\ \sin p+\sin q & = & 2\,\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\,\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)\\ \sin p-\sin q & = & 2\,\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)\,\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\end{array}\right. \tag{7}$$

**Propriété 0.0.5.** ***Expression en fonction de la tangente de l'angle moitié***
*Pour tout réel* $a \neq \pi\,[2\,\pi]$, *on pose*

$$t=\tan\left(\frac{a}{2}\right) \tag{8}$$

*On a alors :*

$$\left\{\begin{array}{lcl}\cos a & = & \frac{1-t^2}{1+t^2}\\ \sin a & = & \frac{2\,t}{1+t^2}\end{array}\right. \tag{9}$$

*Si, de plus,* $a \neq \frac{\pi}{2}\,[\pi]$, *on a :*

$$\tan a=\frac{2\,t}{1-t^2} \tag{10}$$

# Bibliographie

[1] http ://demonstrations.wolfram.com.